ISSN 0037-8437

ANALES

DE LA

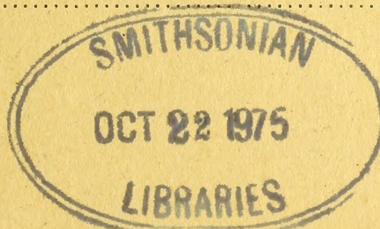
SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

DIRECTOR: Dr. ANDRES O. M. STOPPANI

199

ENERO-MARZO 1975 — ENTREGAS I-III — TOMO CXCIX

SUMARIO



BUENOS AIRES
AVDA. SANTA FE 1145

1975

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

SOCIOS HONORARIOS

Dr. Luis F. Leloir
Dr. Selman Waksman
Dr. Florentino Ameghino †
Dr. Valentín Balbín †
Ing. Santiago E. Barabino †
Dr. Carlos Berg †
Dr. Germán Burmeister †
Ing. Enrique Butty †
Ing. Vicente Castro †
Ing. Enrique Chanourdie †
Dr. Carlos Darwin †
Dr. Alberto Einstein †
Dr. Enrique Ferri †
Dr. Angel Gallardo †
Dr. Benjamín A. Gould †
Dr. Cristóbal M. Hicken †
Dr. Eduardo L. Holmberg †
Dr. Bernardo A. Houssay †
Ing. Luis A. Huergo †
Ing. Eduardo Huergo †
Dr. Mario Isola †
Dr. Juan J. J. Kyle †
Dr. César Lombroso †
Ing. Guillermo Marconi †
Dr. J. Mendizábal Tamborel †
Dr. Walter Nernst †
Dr. R. A. Phillippi †
Dr. Guillermo Rawson †
Dr. Alfredo Sordelli †
Dr. Carlos Spegazzini †
Dr. Pedro Visca †
Dr. Estanislao S. Zeballos †

JUNTA DIRECTIVA

Presidente.................... Cap. de Navío (R.) Emilio L. Díaz
Vicepresidente 1º.............. Dr. Julio V. Uriburu
Vicepresidente 2º.............. Dr. Jorge Comín
Secretario..................... Ing. Agr. Ichiro Mizuno
Prosecretario.................. Dr. Horacio E. Bosch
Tesorero....................... Agrim. Antonio M. Saralegui
Bibliotecario.................. Dr. Luis A. Santaló

Vocales Titulares :

Ing. Lucio R. Ballester
Ing. Eduardo Braun Cantilo
Ing. Augusto L. Bacqué
Dr. Benito S. Colqui
Ing. Agr. Milán J. Dimitri
Ing. Eitel Hernani Lauría
Ing. Agr. Enrique M. Sívori
Dr. Andrés O. M. Stoppani
Dr. César A. de la Vega

Vocales Suplentes

Dra. Sara Mabel Abecasis
Cap. de Corb. (R) Néstor C. L. Granelli
Dr. Carlos A. Márquez
Ing. Alberto H. Puppo
Dr. Jorge R. A. Vanossi
Geol. Osvaldo C. Schauer

Director de Anales : Andrés O. M. Stoppani
Revisores de Balances Anuales : Ing. Enrique G. E. Clausen y Cont. Publ. Nac. Jesús Vazquez Ger

SECCIONES DEL INTERIOR

Comisión Directiva

Sección San Juan :

Presidente : Doctor Indalecio Carmona Ríos ; *Vicepresidente :* Profesor César H. Guerrero ; *Secretario :* Agrimensor Orlando A. De Sanctis Aubone ; *Tesorero :* Doctor Duilio S. Graffigna ; *Vocales :* Ingeniero Santiago S. Graffigna, Ingeniero Fernando Volponi, Doctor Emilio Maurín Navarro, Doctor Antonio Aguilar ; *Miembros suplentes :* Enlg. Alberto Baistrocchi, Ingeniero Jorge G. de Luca, Doctor Carlos U. Cesco, Ingeniero José B. Graffigna ; *Revisores de cuentas :* Ingeniero Enrique Gatti, Contador Antonio de la Torre, Ingeniero Emilio L. Romito.

Sección Santa Fe :

Presidente : Doctor Argentino A. Bonetto ; *Vicepresidente* : Doctor Ezio Emiliani ; *Secretario*: Profesora Clarice T. Pignalberi de Hassan ; *Tesorero* : Ingeniero Químico Enrique A. Virasoro ; *Vocales* : Ingeniero Químico Guillermo Berraz e Ingeniero José M. Parera.

Sección La Plata :

Presidente : Ingeniero Roberto Diego Cotta ; *Vicepresidente* : Ingeniero Camilo B. Rodríguez ; *Secretario* : Doctor Luis M. Boggia ; *Prosecretario*: Ingeniero Horacio C. Albina ; *Tesorero*: Doctor Teodoro G. Krenkel ; *Protesorero* : Ingeniero Pedro Diego Jensen ; *Vocales* : Doctor Max Birabén, Doctor Homero Bibiloni, Doctor Jorge J. Ronco, Doctor Rodolfo Disalvo, Doctora Ives L. Danna, Ingeniero Aaron Beilinson e Ingeniero José G. Romano Yalour.

Sección Mendoza :

Presidente : Doctor Sergio Ignacio Vernier ; *Vicepresidente* : Doctor Julio Enrique Cantón ; *Secretario* : Doctor Raúl Sluckich ; *Tesorero* : Doctor José Roberto Morales ; *Protesorero* : Doctora Iris Ferrari de Miri ; *Prosecretario* : Licenciado Humberto N. Najurieta ; *Vocales* : Ingeniero Luis Orlando Melis, Ingeniero Salvador Castro, Doctor Jorge R. Suárez, Doctor Fabio L. Sacerdote, Profesor Diego F. Pró, Profesor Miguel Marzo.

Impreso en Imprenta Coni S.A.C.I.F.I., Perú 684, Buenos Aires, República Argentina

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA

ARGENTINA

DIRECTOR: Dr. ANDRES O. M. STOPPANI

ENERO-MARZO 1975 — ENTREGAS I-III — TOMO CXCIX

BUENOS AIRES
AVDA. SANTA FE 1145

1975

MIEMBROS PROTECTORES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

COMISION NACIONAL DE ESTUDIOS GEO-HELIOFISICOS

COMISION NACIONAL DE ENERGIA ATOMICA

INSTITUTO NACIONAL DE TECNOLOGIA INDUSTRIAL (INTI)

SERVICIOS ELECTRICOS DEL GRAN BUENOS AIRES

YACIMIENTOS PETROLIFEROS FISCALES

SERIE I. CIENCIAS, Nº 35 ISSN 0037-8437

SOBRE LOS SISTEMAS ANHOLONOMOS

Por F. R. MARSICANO *

RESUMEN

Este complemento consiste en la deducción y aplicación de las ecuaciones de Vranceanu a un ejemplo concreto, señalando de paso la íntima relación existente entre los sistemas anholónomos y la teoría de las congruencias.

SUMMARY

This complement consists in deduction and application of the Vranceanu equations to a definite example, showing the intimate relation between the non-holonomic systems and the theory of congruenses.

1. INTRODUCCION

Como es sabido desde casi un siglo, merced a los trabajos de Voss, Issaly, Gibbs, Maggi, Appell, etc., los sistemas mecánicos se dividen en dos grandes grupos: los holónomos y los no holónomos o anholónomos. Los primeros son sistemas sin vínculos o bien con vínculos expresables mediante ecuaciones finitas en los parámetros de configuración y el tiempo, mientras que los segundos son sistemas cuyos vínculos se expresan por ecuaciones en las cuales figuran el tiempo y las derivadas temporales primeras de los parámetros de configuración y son no integrables. El tiempo solo aparece explícitamente en ambos casos solo si los vínculos son móviles.

Ejemplos de sistemas anholónomos los tenemos en el caso de sólidos rígidos que ruedan sin resbalar sobre superficies (despreciando en primera aproximación la elasticidad de los neumáticos, es el caso del automóvil, bicicleta, etc.).

Los vínculos expresables mediante desigualdades en términos *finitos* en los parámetros no son anholónomos como figura en el libro Classical Mechanics de Goldstein, ellos son holónomos unilaterales como bien lo señala B. Finzi (Mecánica Racional); el ejemplo de Goldstein debe desecharse por incorrecto.

Los sistemas holónomos pueden resolverse mediante las ecuaciones universales, las de Lagrange, Hamilton, Jacobi, etc., y su interpretación geométrica puede hacerse mediante un espacio de Riemann cuya métrica se relaciona con

* Del C.N.I.C.T. de la República Argentina.

la energía cinética del sistema, se llega así a una valiosa síntesis mecánico-geométrica.

A los sistemas no holónomos no le son aplicables en cambio, ni las ecuaciones de Lagrange *, Hamilton * o Jacobi * ni tampoco admiten una interpretación geométrica mediante un espacio de Riemann. Hubo que esperar hasta el año 1926 para que Vranceanu introdujera la noción de espacio no holónomo y a partir de allí mediante el esfuerzo de numerosos investigadores (Horak, Schouten, Moore, Bortolotti, Cartan, Hulubei, etc.) se llegara a una síntesis mecánico-geométrica semejante a la de los sistemas holónomos pero mucho más complicada y aún hoy no del todo resuelta.

2. EL SOLIDO RIGIDO CON VINCULOS DE ANHOLONOMIA

Supongamos dada una terna de referencia inercial ortogonal de versores $\bar{i}$; $\bar{j}$; $\bar{k}$ y un sólido rígido en movimiento con respecto a ella tal que $\overline{Q}$ sea el vector cantidad de movimiento para el instante t; $\overline{K}g$ el vector momento cinético con respecto al centro de masas G; $\overline{F}^a$ el vector resultante de las fuerzas activas, $\overline{M}^a$ el vector momento de las fuerzas activas con respecto a G; δG un desplazamiento virtual del centro de masas y $\delta\overline{\Omega}$ un desplazamiento virtual del sólido alrededor de G. Tanto en el caso en que el sólido no tenga vínculos como en el caso en que los tenga, cualquiera sea el carácter de estos (holónomos o no holónomos) siempre es aplicable la ecuación simbólica de la dinámica (ecuación de D'Alembert) que en este caso toma la forma siguiente:

$$(\dot{\overline{Q}} - \overline{F}^a) . \delta G + (\dot{\overline{K}}_g - \overline{M}^a) . \delta \overline{\omega} = 0 \qquad (1)$$

Si el sistema solo posee vínculos de anholonomía, si rueda sin resbalar sobre una superficie fija por ejemplo, y C es el punto de contacto instantáneo, existe una relación vectorial no integrable entre $\delta\overline{G}$ y $\delta\overline{\Omega}$; en efecto de la condición de rodadura se desprende:

$$\overline{V}_g = \overline{\Omega} \wedge \overline{G - C} \qquad \overline{V}_g = d\overline{G}/dt \qquad (2)$$

luego

$$\overline{\delta G} = \delta\overline{\Omega} \wedge \overline{G - C} \qquad (3)$$

que introducida en (1) da:

$$(\dot{\overline{Q}} - \overline{F}^a) \wedge \overline{C - G} . \delta\overline{\Omega} + (\dot{\overline{K}}_g - \overline{M}_g) . \delta\overline{\Omega} = 0 \qquad (4)$$

y como los $\delta\overline{\Omega}$ son arbitrarios, se llega a la ecuación vectorial del movimiento:

$$(\dot{\overline{Q}} - \overline{F}^a) \wedge \overline{C - G} + (\dot{\overline{K}}_g - \overline{M}_g) = 0 \qquad (4')$$

si el movimiento es por inercia

$$(\overline{F}^a = 0 ; \quad \overline{M}_g{}^a = 0)$$

se tiene:

$$\dot{\overline{Q}} \wedge \overline{C - G} + \dot{\overline{K}}_g = 0 \qquad (5)$$

* En su forma conocida.

ecuación *pura* igual que las anteriores donde no hay traza de las reacciones vinculares (reacciones vinculares que se originan en el punto de contacto c) y que pueden ser calculadas conocida la solución de la ecuación vectorial (5).

3. EJEMPLO: MOVIMIENTO POR RODADURA DE UNA ESFERA NO HOMOGENEA

Sea una esfera de radio r con el centro de figura coincidente con el baricentro pero con momentos principales de inercia desiguales: $J_1 \neq J_2 \neq J_3 \neq J_1$; sea $\overline{i}\ \overline{j}$ el plano horizontal fijo, sobre el cual la esfera rueda sin resbalar; sea $\overline{k}$ el versor normal al plano; $\overline{i}_1$; $\overline{j}_1$; $\overline{k}_1$; tres versores normales entre sí fijos a la esfera con origen en G y coincidentes con los ejes principales de inercia: ψ; θ; los tres ángulos de Euler que fijan la orientación de $\overline{i}_1\ \overline{j}_1\ \overline{k}_1$ con respecto a $\overline{i}\ \overline{j}\ \overline{k}$; ω_1; ω_2; ω_3; las tres componentes de $\overline{\Omega}$ según $\overline{i}_1$; $\overline{j}_1$; $\overline{k}_1$.

$$\omega_1 = \dot{\psi} \operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} \varphi + \dot{\theta} \cos \varphi$$

$$\omega_2 = \dot{\psi} \operatorname{sen} \theta \cos \varphi - \dot{\theta} \operatorname{sen} \varphi$$

$$\omega_3 = \dot{\psi} \cos \theta + \dot{\varphi}$$

En este caso el vector $\overline{C-G}$ vale $-r\overline{k}$, mientras que la cantidad de movimiento $\overline{Q}$ tiene por expresión

$$\overline{Q} = m\,\overline{V}_g = m\,\overline{\Omega} \wedge r\,\overline{k}$$

asimismo Kg vale

$$\omega_1\,\overline{i}_1 + \omega_2\,\overline{j}_1 + \omega_3\,\overline{k}_1$$

Si sobre la esfera solo actúa el peso, estando este balanceado por la componente normal de la reacción de vínculo, el movimiento es por inercia y es aplicable la ecuación vectorial (5) escrita ahora en la siguiente forma:

$$\dot{\overline{K}}_g - \dot{\overline{Q}} \wedge r\overline{k} = 0 \qquad (6)$$

de la cual se obtiene inmediatamente una integral primera vectorial:

$$\overline{K}_g - \overline{Q} \wedge r\,\overline{k} = \overline{C} \qquad \overline{C} = \text{vector constante} \qquad (7)$$

Si multiplicamos la (7) escalarmente por Ω se obtiene

$$\overline{K}_g \cdot \overline{\Omega} + \overline{\Omega} \wedge r\,\overline{k} \cdot \overline{Q} = \overline{C} \cdot \overline{\Omega}$$

o sea

$$2\,T = \overline{C} \cdot \overline{\Omega}$$

con

$$T = \frac{1}{2}\,\overline{\Omega} \cdot \overline{K}_g + \frac{1}{2}\,\overline{V}_g \cdot \overline{Q}$$

energía cinética que debe mantenerse constante durante el movimiento pues no hay fuerzas que realicen trabajo: $T = C_1$ de donde

$$\overline{C} \cdot \overline{\Omega} = 2\,C_1 \qquad (8)$$

lo que indica que durante el movimiento se *mantiene constante la proyección de* $\overline{\Omega}$ *sobre la dirección del vector* $\overline{C}$.

Multiplicando escalarmente la (7) por $\overline{k}$ se tiene

$$\overline{K}_g \cdot \overline{k} = \overline{C} \cdot \overline{k} \tag{9}$$

pero $\overline{C}$ y $\overline{k}$ son dos vectores absolutos constantes, luego $\overline{C \cdot k} = C_2$ C_2 = constante; es decir, durante el movimiento, se *mantiene constante la proyección del momento cinético* $\overline{Kg}$ *sobre la dirección vertical.*

Por último multiplicando la (6) escalarmente por $\overline{Kg}$ se tiene:

$$\overline{K}_g \cdot \dot{\overline{K}}_g - \dot{\overline{Q}} \wedge r\overline{k} \cdot \overline{K}_g = 0$$

o sea

$$\frac{d}{dt}\frac{1}{2}\overline{K}_g^2 - (r\overline{k} \wedge \overline{K}_g) \cdot (mr\dot{\overline{\Omega}} \wedge \overline{k}) = 0$$

que por la fórmula del producto de cuatro vectores queda:

$$\frac{d}{dt}\frac{1}{2}\overline{K}_g^2 - \frac{d}{dt}C_2 m r^2 \overline{\Omega} \cdot \overline{k} + \frac{d}{dt}\frac{m r^2}{2}\overline{\Omega} \cdot \overline{K}_g = 0$$

que integrada da:

$$\frac{1}{2}\overline{K}_g^2 - C_2 m r^2 \overline{\Omega} \cdot \overline{k} + \frac{m r^2}{2}\overline{\Omega} \cdot \overline{K}_g = C_3 \tag{10}$$

$$C_3 = \text{constante}$$

La (10) es una notable integral primera del movimiento ya señalada por nosotros en un trabajo previo [1].

Las tres integrales primeras (8) (9) (10) permiten resolver el problema mediante cuadraturas; en efecto, la integral de la energía se escribe:

$$\frac{1}{2}\overline{\Omega} \cdot \overline{K}_g + \frac{1}{2} m r^2 \omega_e^2 = C_1 \tag{11}$$

donde ω_e es el módulo de la velocidad angular ecuatorial cuyo cuadrado puede expresarse en función de ω_z velocidad angular vertical:

$$\omega_e^2 = \Omega^2 - \omega_z^2$$

o bien

$$\omega_e^2 = \Omega^2 - (\overline{\Omega} \cdot \overline{k})^2 \tag{12}$$

pero $\overline{\Omega} \cdot \overline{k}$ se obtiene de la (10):

$$\overline{\Omega} \cdot \overline{k} = \frac{\frac{1}{2}\overline{K}_g^2 + \frac{m r^2}{2}\overline{\Omega} \cdot \overline{K}_g - C_3}{m r^2 C_2} \tag{13}$$

que introducida en (11) y (12) da:

$$\frac{1}{2}\overline{\Omega} \cdot \overline{K}_g + \frac{1}{2} m r^2 \Omega^2 - \frac{1}{2 m r^2 C_2^2}\left(\frac{1}{2}\overline{K}_g^2 + \frac{m r^2}{2}\overline{\Omega} \cdot \overline{K}_g - C_3\right)^2 = C_1 \tag{14}$$

La (14) es una ecuación de cuarto grado en $\omega_1 \omega_2 \omega_3$ a coeficientes constantes, lo que indica que el vector $\overline{\Omega}$ tiene su punta sobre la superficie de cuarto grado de ecuación (14) pero como también tiene su proyección constante sobre $\overline{C}$; el movimiento de la esfera puede describirse como el rodar sin resbalar de una superficie de cuarto grado (la 14) sobre un plano de dirección invariable normal al vector absoluto $\overline{C}$ (descripción que constituye una generalización del movimiento a la Poinsot).

El caso $C_2 = O$ se relaciona con uno de los movimientos estacionarios que puede tener la esfera, en efecto el vector $\overline{Kg}$ en ese caso es horizontal y la (14) se transforma en la ecuación de un elipsoide:

$$\frac{1}{2}\overline{\Omega} \cdot \overline{K}_g + \frac{1}{2} m r^2 \Omega^2 = C_1 \qquad (15)$$

además siempre se cumple $\overline{\Omega \cdot C} =$ const. con $\overline{C}$ en este caso vector absoluto fijo horizontal; el movimiento consiste en una rotación de dirección y módulo invariable en la dirección de $\overline{C}$ (horizontal) y según uno cualquiera de los ejes principales de inercia, la energía de rotación es constante y lo mismo la energía de traslación por lo que también lo es su suma, cumpliéndose la (15); Kg coincide en dirección y sentido con $\overline{\Omega}$ y con $\overline{C}$ luego se cumple la (7); otro movimiento fuera de esto para $C_2 = O$ tal como el propuesto en [1] es ilusorio.

4. LAS ECUACIONES DE VRANCEANU

Sea un sistema mecánico holónomo y escleróonomo de coordenadas lagrangeanas x^i $(i = 1;2; - . - n)$ con energía cinética dado por

$$T = \frac{1}{2} a_{ij} \dot{x}^i \dot{x}^j \quad (i; j = 1; 2; \ldots n) \qquad (16)$$

A dicho sistema holónomo S_n se le puede asociar el espacio de Riemann V_n de métrica:

$$(ds)^2 = 2\,T\,(dt)^2 = a_{ij}\, dx^i\, dx^j \qquad (17)$$

Introduciendo en el espacio V_n un sistema de congruencias ortogonales (λ) se obtienen las relaciones:

$$\delta x^i = \lambda^i_{\underline{a}}\, \delta s^a \qquad \delta s^a = \lambda_i^a\, \delta x^i$$
$$\dot{x}^i = \lambda^i_{\underline{a}}\, u^a \qquad u^a = \dot{s}^a = \lambda_i^a\, \dot{x}^i \qquad (18)$$

Los δx^i son los desplazamientos virtuales del sistema S_n; los δs^a los elementos de arco sobre las congruencias (λ) y los u^a las características cinéticas del movimiento o características de Volterra [2] según ellos la energía cinética toma la forma:

$$T = \frac{1}{2}\left[(u^1)^2 + (u^2)^2 + \ldots + (u^n)^2\right] \qquad (19)$$

Por otra parte la ecuación simbólica de la dinámica puede escribirse según el binomio de Lagrange:

$$\left(\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{x}^i} - \frac{\partial T}{\partial x^i} - \sum_l \overline{F}_l \cdot \frac{\partial \overline{P}_l}{\partial x^i}\right)\delta x^i = 0 \tag{20}$$

con la sumatoria extendida a todos los puntos $\overline{P}_l$ del sistema sobre los que actúan fuerzas activas $\overline{F}_l$.

Ahora bien, de (18) y (19):

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{x}^i} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial u^a}\frac{\partial u^a}{\partial \dot{x}^i}\right) = \dot{u}^a \lambda_i{}^a + u^b u^c \frac{\partial \lambda_i{}^b}{\partial x^j}\underline{\lambda_c{}^j} \tag{21}$$

$$\frac{\partial T}{\partial x^i} = \frac{\partial T}{\partial u^a}\frac{\partial u^a}{\partial x^i} = u^b u^c \frac{\partial \lambda_j{}^b}{\partial x^i}\underline{\lambda_c{}^j} \tag{22}$$

de donde:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{x}^i} - \frac{\partial T}{\partial x^i} = \dot{u}^a \lambda_i{}^a + u^b u^c \left(\frac{\partial \lambda_i{}^b}{\partial x^j} - \frac{\partial \lambda_j{}^b}{\partial x^i}\right)\underline{\lambda_c{}^j}$$

La introducción de las funciones

$$W^b{}_{ca} = \left(\frac{\partial \lambda_i{}^b}{\partial x^j} - \frac{\partial \lambda_j{}^b}{\partial x^i}\right)\underline{\lambda^j{}_c}\,\underline{\lambda^i{}_a} \tag{23}$$

que juegan un rol importante en la teoría de las congruencias, permite escribir la ecuación simbólica en la forma:

$$\left(\dot{u}^a + W^b{}_{ca}\, u^b u^c - \sum_l \overline{F}_l \cdot \frac{\partial \overline{P}_l}{\partial s^a}\right)\delta s^a = 0 \tag{24}$$

Si se tiene en cuenta que los desplazamientos virtuales sobre las congruencias δs^a son arbitrarios, que los W^b_{ca} son antisimétricos en los índices $c;a$ y están ligados a los coeficientes de rotación de Ricci γ^a_{bc} por las relaciones

$$\gamma^a{}_{bc} = \frac{1}{2}\left(W^a{}_{bc} + W^b{}_{ca} + W^c{}_{ba}\right) \tag{25}$$

la (24) queda expresada así:

$$\dot{u}^a + \gamma^a{}_{bc}\, u^b u^c - Q_a = 0 \tag{26}$$

donde Q_a es la fuerza generalizada sobre la congruencia λ_a.

Las n ecuaciones diferenciales del primer orden (26) junto con las n ecuaciones también del primer orden $\dot{\chi}^i = \lambda^i_{\underline{a}}\, u^a$ permiten obtener las n incógnitas χ^i y las n incognitas u^a a menos de $2n$ constantes arbitrarias.

En los textos [4] aparece el signo menos delante de los W^b_{ea} en (24) y de los γ^a_{bc} en (26) pero ello se debe a que definen los W^b_{ca} en (23) también con distinto signo.

Supongamos ahora que al sistema holónomo S_n se le imponen $n - m$ relaciones de vínculo de la forma:

$$ds^h = \lambda_i{}^h\, dx^i \qquad \begin{matrix}(h = m+1;\ m+2;\ \dots\ n)\\ (i = 1;\ 2;\ \dots\ n)\end{matrix} \tag{27}$$

y que éstas son no intgerables, en cuyo caso el sistema mecánico pasa a ser un sistema no holónomo S_n^m. En base a las relaciones (27) la energía cinética (16) puede expresarse en función de m características cinéticas u^a $(a = 1; 2; - m)$

$$T = \frac{1}{2}[(u^1)^2 + (u^2)^2 + \ldots + (u^m)^2] \qquad (28)$$

La ecuación simbólica tiene la misma expresión (24) pero con a variando de 1 a m, pues los δs^h y los u^h son nulos en virtud de los vínculos; como además los δs^a son independientes las ecuaciones del sistema anholónomo S_n^m son:

$$\dot{x}^i = \underline{\lambda^i_a}\, u^a \qquad (i = 1;\ 2;\ \ldots\ n)$$

$$(a;\ b;\ c; = 1;\ 2;\ \ldots\ m)$$

$$\dot{u}^a + W^b{}_{ca}\, u^b\, u^c - \sum_l \overline{F}_l \cdot \frac{\partial \overline{P}_l}{\partial s^a} = 0$$

o bien:

$$\dot{x}^i = \underline{\lambda^i_a}\, u^a$$

$$\dot{u}^a + \gamma^a{}_{bc}\, u^b\, u^c - Q_a = 0 \qquad (29)$$

Sistema de $m + n$ ecuaciones del primer orden entre las m incógnitas u^a y las n incógnitas χ^i [3, 4].

Si queremos aplicar estas ecuaciones al caso tratado en el capítulo 3 debemos tener en cuenta en primer lugar que el movimiento es por inercia, luego $Q_a = 0$, por otra parte la energía cinética una vez que se ha hecho uso de las relaciones de anholonomía (3) toma la forma siguiente:

$$T = \frac{1}{2}[\dot{\psi}^2 (J_1 \operatorname{sen}^2\theta \operatorname{sen}^2\varphi + J_2 \operatorname{sen}^2\theta \cos^2\varphi + J_3 \cos^2\theta) +$$
$$+ \dot{\theta}^2 (J_1 \cos^2\varphi + J_2 \operatorname{sen}^2\varphi + m r^2) + \dot{\varphi}^2 (J_3 + m r^2 \operatorname{sen}^2\theta) + \qquad (30)$$
$$+ 2\,\dot{\psi}\,\dot{\theta} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\varphi \cos\varphi\,(J_1 - J_2) + 2\,\dot{\varphi}\,\dot{\psi}\, J_3 \cos\theta]$$

Si hacemos:

$$x^1 = x \qquad x^3 = \psi \qquad x^5 = \theta \qquad (31)$$
$$x^2 = y \qquad x^4 = \varphi$$

donde $\underline{\chi}$ $\underline{y}$ son las coordenadas del punto de contacto C con respecto a los ejes $\overline{\imath}$ $\overline{\jmath}$.

Llamamos $a;b;c;d;e$ a las siguientes funciones:

$$a = \frac{1}{2}(J_1 \operatorname{sen}^2\theta \operatorname{sen}^2\varphi + J_2 \operatorname{sen}^2\theta \cos^2\varphi + J_3 \cos^2\theta)$$

$$b = \frac{1}{2}(J_3 + m r^2 \operatorname{sen}^2\theta) \qquad d = J_3 \cos\theta \qquad (32)$$

$$c = \frac{1}{2}(J_1 \cos^2\varphi + J_2 \operatorname{sen}^2\varphi + m r^2) \qquad e = \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\varphi \cos\varphi\,(J_1 - J_2)$$

La energía cinética (30) puede expresarse como suma de cuadrados:

$$T = \left(\sqrt{a}\,\dot{\psi} + \frac{d}{2\sqrt{a}}\,\dot{\varphi} + \frac{e}{2\sqrt{a}}\,\dot{\theta}\right)^2 + \left(\sqrt{b - \frac{d^2}{2\,a}}\,\dot{\varphi} - \frac{d\,e\,\dot{\theta}}{4\,a\sqrt{b - \frac{d^2}{4\,a}}}\right)^2 + $$

$$+ \left[\sqrt{c - \frac{e^2}{4\,a} - \frac{\left(\frac{d\,e}{2\,a}\right)^2}{4\left(b - \frac{d^2}{4\,a}\right)}}\;\dot{\theta}\right] \qquad (33)$$

con lo que se obtienen inmediatamente las características cinéticas u^a, $a = 1, 2, 3$

$$u^1 = \left(\dot{\psi}\sqrt{a} + \frac{d}{2\sqrt{a}}\,\dot{\varphi} + \frac{e}{2\sqrt{a}}\,\dot{\theta}\right)\sqrt{2} = \lambda_i^1\,\dot{x}^i$$

$$u^2 = \sqrt{2}\left(\sqrt{b - \frac{d^2}{4\,a}}\,\dot{\varphi} - \frac{(d\,e\,/\,2\,a)\,\dot{\theta}}{2\sqrt{b - \frac{d^2}{4\,a}}}\right) = \lambda_i^2\,\dot{x}^i \qquad (34)$$

$$u^3 = \sqrt{2}\sqrt{c - \frac{e^2}{4\,a} - \frac{(d\,e\,/\,2\,a)^2}{4\left(b - \frac{d^2}{4\,a}\right)}}\;\dot{\theta} = \lambda_i^3\,\dot{x}^i$$

de donde a su vez se obtiene:

$$\dot{\theta} = \dot{x}^5 = \frac{u^3}{\lambda_5^{\,3}} = \underline{\lambda_3^{\,5}}\,u^3$$

$$\dot{\varphi} = \dot{x}^4 = \frac{u^2 + \dot{x}^5\,\lambda_5^{\,2}}{\lambda_4^{\,2}} = \underline{\lambda_2^{\,4}}\,u^2 + \underline{\lambda_3^{\,4}}\,u^3 \qquad (35)$$

$$\dot{\psi} = \dot{x}^3 = \frac{u^1 - \dot{\varphi}\,\lambda_4^{\,1} - \dot{\theta}\,\lambda_5^{\,1}}{\lambda_3^{\,1}} = \underline{\lambda_1^{\,3}}\,u^1 + \underline{\lambda_2^{\,3}}\,u^2 + \underline{\lambda_3^{\,3}}\,u^3$$

$$\lambda_3^{\,1} = \sqrt{2\,a} \qquad \lambda_3^{\,2} = 0 \qquad \lambda_3^{\,3} = 0$$

$$\lambda_4^{\,1} = \frac{d}{\sqrt{2\,a}} \qquad \lambda_4^{\,2} = \sqrt{2}\sqrt{b - \frac{d^2}{4\,a}} \qquad \lambda_4^{\,3} = 0$$

$$\lambda_5^{\,1} = \frac{e}{\sqrt{2\,a}} \qquad \lambda_5^{\,2} = -\frac{\sqrt{2}\,d\,e}{4\,a\sqrt{b - \frac{d^2}{4\,a}}} \qquad (36)$$

$$\lambda_5^{\,3} = \sqrt{c - \frac{e^2}{4\,a} - \frac{(d\,e\,/\,2\,a)^2}{4\left(b - \frac{d^2}{4\,a}\right)}}\;\sqrt{2} \qquad \underline{\lambda_3^{\,5}} = \frac{1}{\lambda_5^{\,3}}$$

$$\underline{\lambda_1^{\,3}} = \frac{1}{\lambda_3^{\,1}} \qquad \underline{\lambda_2^{\,4}} = \frac{1}{\lambda_4^{\,2}} \qquad \underline{\lambda_2^{\,3}} = -\frac{\lambda_4^{\,1}}{\lambda_3^{\,1}\,\lambda_4^{\,2}} \qquad \underline{\lambda_3^{\,4}} = -\frac{\lambda_5^{\,2}}{\lambda_5^{\,3}\,\lambda_4^{\,2}}$$

$$\underline{\lambda_3^{\,3}} = \frac{1}{\lambda_3^{\,1}\,\lambda_5^{\,3}}\left(\frac{\lambda_4^{\,1}\,\lambda_5^{\,2}}{\lambda_4^{\,2}} - \lambda_5^{\,1}\right) \qquad \underline{\lambda_1^{\,5}} = \underline{\lambda_2^{\,5}} = \underline{\lambda_1^{\,4}} = 0$$

con lo cual se calculan los W^b_{ca} :

$$W^1{}_{21} = \frac{\partial \lambda^1{}_3}{\partial x^4} \underline{\lambda_2}^4 \underline{\lambda_1}^3 \qquad W^1{}_{31} = \underline{\lambda_1}^3 \left(- \underline{\lambda_3}^4 \frac{\partial \lambda_3{}^1}{\partial x^4} + \underline{\lambda_3}^5 \frac{\partial \lambda_3{}^1}{\partial x^5} \right)$$

$$W^1{}_{32} = \frac{- \lambda_4{}^1}{\lambda_3{}^1 \, \lambda_4{}^2 \, \lambda_5{}^3} \frac{\partial \lambda_3{}^1}{\partial x^5} + \frac{\lambda_5{}^1}{\lambda_4{}^2 \, \lambda_3{}^1 \, \lambda_5{}^3} \frac{\partial \lambda_3{}^1}{\partial x^4} + \frac{1}{\lambda_5{}^3 \, \lambda_4{}^2} \left(\frac{\partial \lambda_4{}^1}{\partial x^5} - \frac{\partial \lambda_5{}^1}{\partial x^4} \right)$$

$$W^2{}_{32} = \frac{1}{\lambda_5{}^3 \, \lambda_4{}^2} \left(\frac{\partial \lambda_4{}^2}{\partial x^5} - \frac{\partial \lambda_5{}^2}{\partial x^4} \right) \qquad (37)$$

$$W^3{}_{32} = - \frac{1}{\lambda_5{}^3 \, \lambda_4{}^2} \frac{\partial \lambda_5{}^3}{\lambda \, x^4}$$

Todos los demás son nulos o bien se calculan por las propiedades de antisimetría.

Las ecuaciones de Vranceanu se escriben en este caso, así:

$$\dot{x}^i = \underline{\lambda^i{}_a} \, u^a \qquad (i = 1, 2, \ldots 5)$$

$$(a = 1, 2, 3)$$

$$\dot{u}^1 + W^1{}_{21} \, u^1 u^2 + W^1{}_{31} \, u^1 u^3 = 0 \qquad (38)$$

$$\dot{u}^2 - W^1{}_{21} \, u^1 u^1 + W^1{}_{32} \, u^1 u^3 - W^2{}_{32} \, u^2 u^3 - W^3{}_{32} \, u^3 u^3 = 0$$

$$\dot{u}^3 - W^1{}_{31} \, u^1 u^1 - W^1{}_{32} \, u^1 u^2 - W^2{}_{32} \, u^2 u^2 - W^3{}_{32} \, u^2 u^3 = 0$$

Faltaría analizar y calcular los λ^1_a y λ^2_a cosa que puede hacerse fácilmente proyectando la ecuación vectorial de anholonomía (3) según los ejes fijos $\bar{i}$ $\bar{j}$.

BIBLIOGRAFIA

1. F. R. Marsicano, *Sobre el movimiento de una esfera pesada no homogénea, que rueda sin resbalar sobre un plano fijo horizontal,* Atti Sem. Mat. e Fis. Univ. di Modena, Vol. IV (1951-52), pág. 70.
2. V. Volterra, *Sopra una classe di equazioni dinamiche* (Atti della R. Ac. Scienze di Torino) t. 32, 1898. p. 451-542.
3. M. G. Vranceanu, *Sopra le equazioni del moto di un sistema anolonomo* (Rend. Ac. Lincei, 6ª serie, t. 4, 1926. p. 508.
4. M. G. Vranceanu, *Les espaces non holonomes,* Mem. des Sciences Math., Fs. LXXVI, 1936.

Recibido el 23-4-1974.

SERIE II. CIENCIAS APLICADAS, Nº 39 ISSN 0037-8437

ACERCA DEL FENOMENO DE LA CONSTANCIA DEL TAMAÑO Y DE LA REPRESENTACION PLANA DE OBJETOS TRIDIMENSIONALES

Por HORACIO C. REGGINI

RESUMEN

Este trabajo elabora un modelo analítico representativo del fenómeno psicológico visual de la constancia del tamaño y describe consecuentemente una nueva clase de perspectiva intermedia entre la perspectiva cónica y la perspectiva paralela. En lugar de utilizar líneas de proyección rectas, se utilizan las líneas de proyección curvas del modelo formulado, obteniendo de esa manera imágenes bidimensionales más cercanas a la visión ordinaria. El trabajo muestra diversos gráficos ilustrativos de las hipótesis en juego, como así también ejemplos de figuras obtenidas mediante un respectivo programa de computadora. Se plantea finalmente la posibilidad del desarrollo de un nuevo tipo de cámara fotográfica con la propiedad de producir imágenes según índices variables de acuerdo con lo expuesto en el trabajo.

SUMMARY

This work formulates an analytical model representative of size constancy psychological phenomenon and consequently describes a new kind of perspective intermediate between conical and parallel perspectives. Instead of using straight lines of projection, the curved lines of the assumed model are used, thus obtaining bidimensional figures closer to ordinary vision. The work shows several graphs which illustrate the proposed hypothesis, as well as figure examples obtained through the application of a respective computer program. Finally, the development possibility of a new type of camera with the property of producing images according to different indexes, as explained in the work, is raised.

1. INTRODUCCION

Continuamente, se generan en la retina de nuestros ojos, imágenes ópticas de los objetos que observamos. Estas imágenes se forman de acuerdo con las reglas simples conocidas de la óptica geométrica. Cuando un objeto se aleja de nosotros, su imagen retiniana se hace más pequeña. Las correspondientes relaciones de tamaño, deducibles a partir de la física elemental, pueden también observarse en un ojo separado de un animal, comparando las respectivas imágenes que se producen al apuntarlo a distintas posiciones.

El sistema óptico del ojo es análogo en algunos aspectos a una cámara fotográfica o a cualquier otro sistema óptico [1, 2].

Sin embargo, en la vida diaria, no observamos apreciablemente las variaciones debidas a las transformaciones físicas mencionadas. La gente se nos presenta siempre más o menos del mismo tamaño independientemente de la distancia, no obstante la variación de tamaño de las respectivas imágenes retinianas. Cuando varía la distancia entre los ojos y un objeto, el tamaño de la imagen correspondiente en la retina, varía según una ley proporcional inversa. La distancia a una persona en una sala de reunión común puede oscilar, por ejemplo, entre 0,50 a 10 m. En esas condiciones, la imagen retiniana varía en 20 veces su tamaño. Sin embargo, no percibimos un cambio de tamaño tan drástico; es más, para muchos casos, la imagen percibida no parece cambiar su tamaño. Es decir, que el tamaño percibido tiende a mantenerse invariante con prescindencia del tamaño de su correspondiente imagen retiniana. Este fenómeno se conoce como constancia del tamaño, y significa sencillamente, que el tamaño percibido tiende a mantenerse constante de manera independiente de la distancia respectiva de observación [3].

El fenómeno de la constancia del tamaño produce como consecuencia una tendencia a la estabilización del espacio visual y acentúa nuestro reconocimiento de las características intrínsecas de los objetos en lugar de las características permanentemente cambiantes de sus respectivas imágenes retinianas [4]. No es fácil explicar de qué manera se produce en las personas el proceso de constancia del tamaño. Se sabe que es necesario la observación simultánea del contexto que rodea al objeto. Esto se puede demostrar fácilmente mirando un objeto a través de una pantalla de reducción o pantalla con una pequeña abertura que restringe el campo visual de observación. Cuando se observa un objeto a través de esa pantalla, las imágenes tienden a parecerse a las imágenes fotográficas, que se rigen, como es sabido, por las leyes de la óptica geométrica o perspectiva cónica. O sea, los objetos lejanos aparecen más pequeños cuando se los ve a través de una pantalla de reducción que en la visión ordinaria normal. Lógicamente, contribuye también al fenómeno de la constancia del tamaño, la experiencia, el conocimiento o la comprensión previa del objeto observado, aparte por supuesto de otras consideraciones de orden físico, como ser los movimientos del cuerpo, de la cabeza y de los ojos y la disparidad o incongruencia de las figuras en cada una de las dos retinas izquierda y derecha que da lugar al efecto estereoscópico [5].

El proceso de la percepción visual no es un proceso pasivo; no es posible predecir el fenómeno de la percepción a partir sólo de las leyes ópticas. El proceso es interactivo con el medio ambiente y se apoya en búsquedas y evocaciones presentes y pasadas, difícilmente algoritmizables [6].

Sobre la base de las premisas anteriores y descartando por lo tanto la intención de reproducir realmente el fenómeno de la percepción visual en un plano, el autor ha elaborado un procedimiento de proyección curva o perspectiva basada en rayos de proyección curvos que permite la generación de imágenes que incluyen en cierta medida el efecto psicológico de la constancia del tamaño.

Las figuras que se obtienen con la nueva perspectiva son ligeramente distintas a las que se obtienen con las reglas de la perspectiva clásica, o lo que

es lo mismo, con las cámaras fotográficas ordinarias. Es oportuno recordar aquí el convencionalismo que encierra toda representación bidimensional del espacio tridimensional [7]. No es de extrañar que una persona primitiva no entienda una fotografía o un dibujo en perspectiva cónica [8]. Gregory comenta [9] que fue afortunado el hecho de que las reglas de la perspectiva se hayan desarrollado y extendido antes de la aparición de las cámaras fotográficas, ya que de otra manera, según él, nos causaría gran dificultad aceptar como normales las imágenes fotográficas comunes, y no considerarlas como figuras distorsionadas o fantásticas.

Antes de exponer el procedimiento y las ecuaciones que gobiernan la perspectiva propuesta, se describen en los párrafos siguientes las experiencias del psicólogo Thouless acerca de la constancia del tamaño, deduciendo a continuación, a partir de su fórmula de medida de ese fenómeno, un modelo analítico primario de cuantificación de la constancia del tamaño, así como curvas indicativas de la apreciación del tamaño de un mismo objeto con la distancia y curvas hipotéticas de tamaños de objetos distintos ubicados a distancias diferentes a fin de que su tamaño percibido resulte constante.

2. LOS EXPERIMENTOS DE THOULESS

Los primeros experimentos importantes acerca de la constancia del tamaño fueron realizados por Thouless en 1930 [10, 11]. Thouless designó a la constancia del tamaño con la denominación "regresión fenomenológica hacia el objeto real", o abreviadamente "regresión fenomenológica", definiéndola como la tendencia general a percibir los objetos como intermedios entre lo indicado por la excitación retinal y lo que indica la experiencia previa. Expresado de otra manera más general: en la percepción de objetos, cada sujeto no percibe precisamente los caracteres sensoriales indicados por la excitación física o imagen en la retina, sino un compromiso entre estos caracteres y los caracteres reales del objeto, siempre que disponga de algunos indicios perceptuales o experiencias previas acerca de él. Es así como la "constancia del tamaño" hace percibir un objeto lejano de tamaño parecido al que tiene cuando se encuentra cerca, no obstante la diferencia de las imágenes retinianas correspondientes. Thouless creyó conveniente definir una medida de la tendencia observada a la que designó "índice de regresión" de acuerdo con la fórmula siguiente:

$$i = (\log p - \log s) / (\log r - \log s) \qquad \text{(Ec. 1)}$$

en la cual indica:

- p: el valor percibido del tamaño del objeto o tamaño fenomenológico.
- s: el valor teórico que correspondería a la distancia dada o tamaño estímulo.
- r: el valor real del objeto.

Según la fórmula anterior un índice de regresión cero indicaría la ausencia de regresión fenomenológica, es decir que el tamaño fenomenológico coincide con el tamaño estímulo, mientras que un valor uno, indicaría una regresión total, o sea que el tamaño fenomenológico coincide con el tamaño real.

A fin de medir el índice de regresión, Thouless llevó a cabo experimentos diversos. En uno de ellos proyectaba, a través de un diafragma de diámetro variable de una linterna, un pequeño círculo sobre una pantalla a 5 m de un sujeto. Sucesivamente, colocaba verticalmente frente al mismo sujeto, y a distancias 1,33, 2, 3, 4, 5 y 6,50 m, un disco circular blanco de 13,15 cm. Para cada una de esas posiciones se indicaba al sujeto que regulase la abertura del diafragma, de tal manera que el círculo proyectado sobre la pantalla, le pareciese igual en tamaño al círculo blanco del disco.

Designando:

r: el diámetro del disco blanco real (13,15 cm).
p: el diámetro del círculo de luz proyectado sobre la pantalla (variable).
d: la distancia entre el sujeto y el disco blanco real (variable).
t: la distancia entre el sujeto y la pantalla (5 m).

es inmediato deducir que el valor s de la fórmula de Thouless vale:

$$s = r . (t/d) \qquad \text{(Ec. 2)}$$

Reemplazando en la Ec. 1, la Ec. 2, se deducen los índices respectivos i.

3. MODELO ANALITICO DE LA CONSTANCIA DEL TAMAÑO

El valor i definido por Thouless varía con los individuos y es lógico suponer que se altera de acuerdo con configuraciones visuales diferentes, escalas distintas, experiencias previas disímiles acerca del objeto, etc. El modelo analítico de la constancia del tamaño propuesto por el autor se apoya en la hipótesis de suponer para una configuración dada, un valor de i constante, para valores variables p, s y r. En tal circunstancia la Ec. 1 puede escribirse así:

$$p = s . (r / s)^{i} \qquad \text{(Ec. 3)}$$

Reemplazando en la Ec. 3, la Ec. 2 resulta:

$$p = r . (t / d)^{1-i} \qquad \text{(Ec. 4)}$$

Es simple verificar que si el tamaño fenomenológico obedeciese a leyes clásicas de la perspectiva cónica, o sea si $i = 0$, la Ec. 4 se reduce a la expresión:

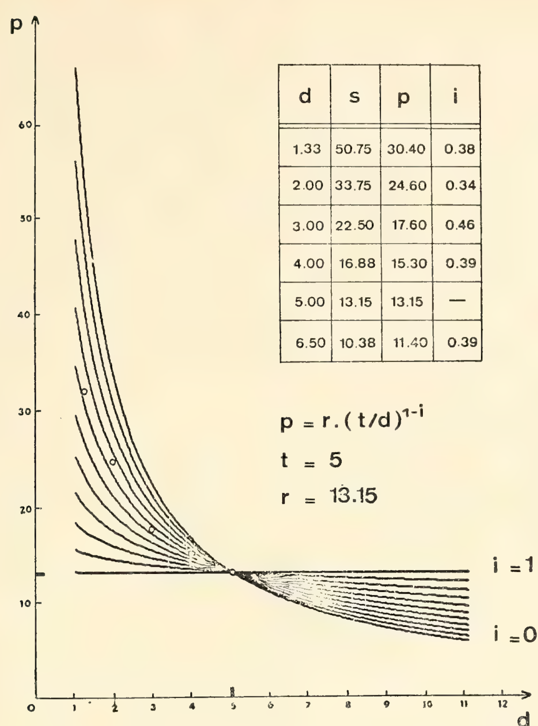
$$p = r . (t / d) \qquad \text{(Ec. 5)}$$

coincidente con la Ec. 2.

Si en cambio, el tamaño fenomenológico coincidiese con el tamaño real, o sea si $i = 1$, la Ec. 4 se reduce a la expresión:

$$p = r \qquad \text{(Ec. 6)}$$

La figura 1 muestra la Ec. 5 (curva hiperbólica) y la Ec. 6 (recta horizontal), así como la Ec. 4, para valores constantes diversos del índice i. Se han indicado en la figura 1 los valores medidos por Thouless en el experimento anteriormente descripto; se observa cómo el tamaño percibido es siempre un compromiso entre el tamaño que comprendería a la excitación retinal ($i = 0$) y el tamaño real ($i = 1$).



d	s	p	i
1.33	50.75	30.40	0.38
2.00	33.75	24.60	0.34
3.00	22.50	17.60	0.46
4.00	16.88	15.30	0.39
5.00	13.15	13.15	—
6.50	10.38	11.40	0.39

Fig. 1. — Experimento de Thouless

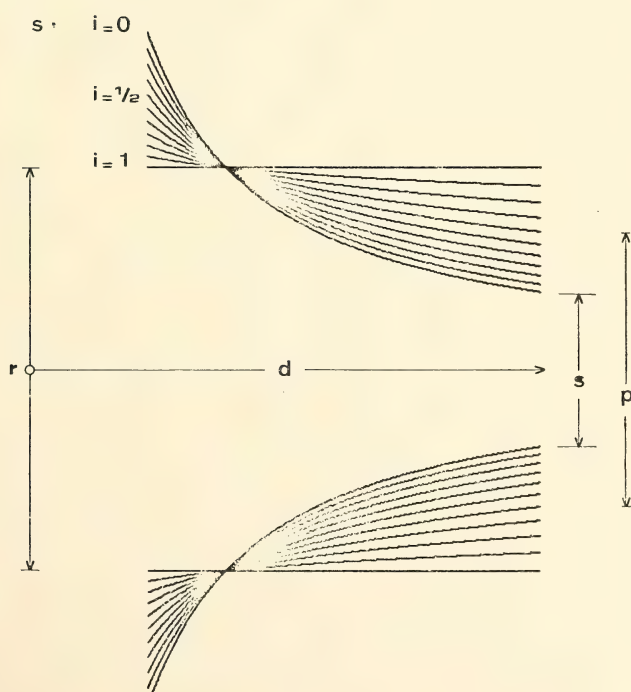


Fig. 2. — Curvas de tamaños aparentes según índices distintos

4. CURVAS DE TAMAÑOS APARENTES PARA TAMAÑO REAL CONSTANTE

Si en la Ec. 4 se mantienen r y t fijos, puede decirse, según el modelo hipotético formulado, que la variación de p y d configura una curva de "tamaño fenomenológico" o curva demostrativa de cómo el "tamaño fenomenológico" o "tamaño aparente p" de un objeto de tamaño fijo r varía al variar su distancia de ubicación d con respecto a un sujeto de índice i. Las distancias verticales, en la figura 2 entre las curvas superiores e inferiores de igual índice, grafican la variación del tamaño aparente p en función de la variación de la distancia de observación d. Para $i = 1$, el tamaño aparente se mantiene constante e igual a r (regresión total); para $i = 0$, el tamaño aparente coincide con el tamaño estímulo s.

La figura 3 muestra familias de curvas de tamaños aparentes para valores 0,00, 0,25, 0,50, 0,75 y 1,00 del índice i, trazados con un programa específico de computadora.

5. CURVAS DE TAMAÑOS REALES PARA TAMAÑO APARENTE CONSTANTE

Si en cambio en la Ec. 4 se mantienen fijos r y d, puede decirse que la variación de p y t define una curva. Igual curva queda definida si p y t se mantienen fijos y r y d se hacen variar. Los puntos de esa curva revelarían los tamaños reales distintos de objetos semejantes colocados a distancias distintas a fin de que fuesen percibidos con igual tamaño fenomenológico por un sujeto de índice i. La figura 4 grafica esas curvas para diferentes valores de i. Para $i = 1$, la curva es recta y horizontal (proyección paralela); para $i = 0$, la curva es recta y pasante por el origen (proyección cónica).

En la figura 5 se muestran haces de curvas de tamaños reales, también trazadas con el auxilio de un programa de computadora, para los índices i, 0,00, 0,25, 0,50, 0,75 y 1,00.

6. GENERACION DE IMAGENES MEDIANTE PROYECCIONES CURVAS

Se denomina proyección [12] a la correspondencia geométrica entre los puntos de un objeto y los de una superficie, de tal manera que estos últimos tengan una posición tal entre sí que los rayos o líneas de proyección que unen los puntos correspondientes se corten en otro fijo que se llama centro, vértice o foco de la proyección. En la perspectiva cónica (típica de la fotografía y de los pintores renacentistas [13], los rayos de proyección son rectos, el centro de la proyección (punto de vista) se ubica a distancia finita del objeto y la superficie de proyección es un plano (plano del cuadro) (Fig. 6). La perspectiva paralela (también llamada axonométrica y utilizada frecuentemente por los pintores chinos antiguos [14]), es un caso particular de la perspectiva cónica, en la cual el punto de vista se ha alejado al infinito; todos los rayos de proyección resultan así paralelos a una única dirección que se denomina la dirección de la perspectiva paralela (Fig. 7).

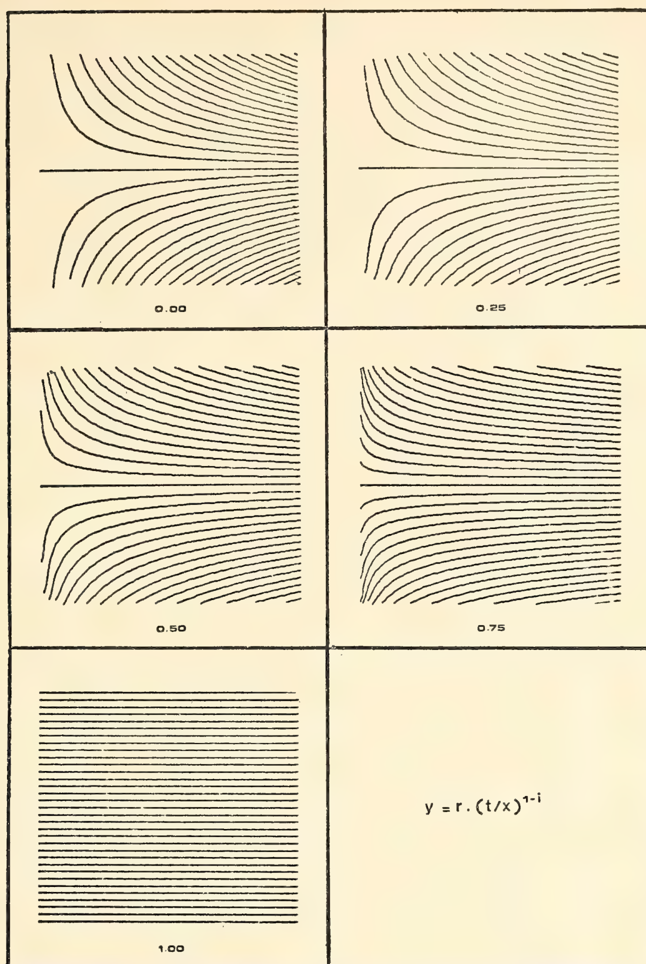


Fig. 3. — Familias de curvas de tamaños aparentes

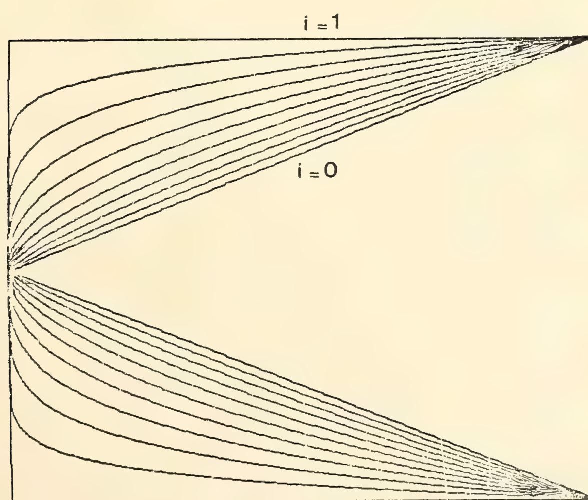


Fig. 4. — Curvas de tamaños reales según índices distintos

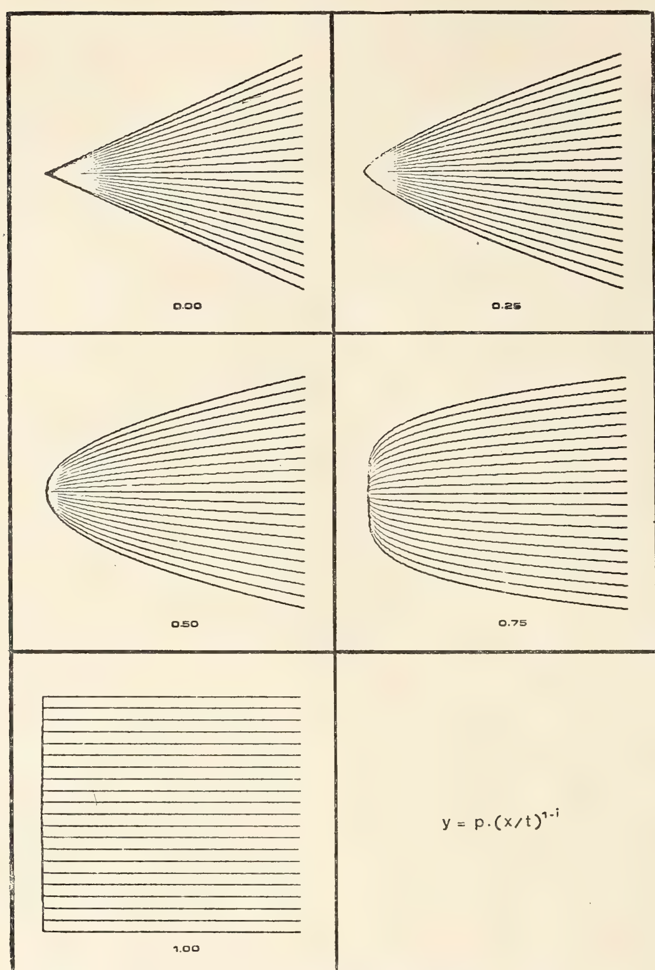


Fig. 5. — Familias de curvas de tamaños reales

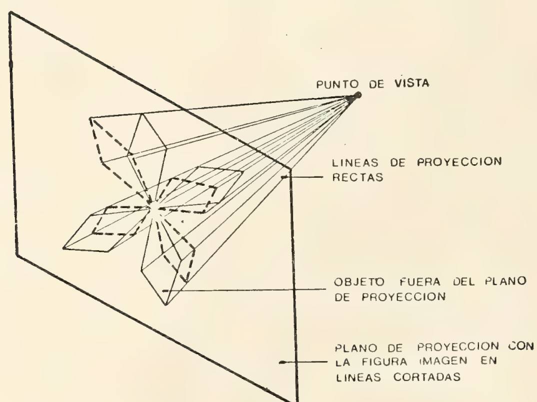


Fig. 6. — Perspectiva cónica

Aceptando el modelo analítico de la constancia del tamaño descripto precedentemente, es posible definir una nueva clase de perspectiva intermedia (Fig. 8) entre la perspectiva cónica y la perspectiva paralela, sobre la base de líneas especiales de proyección curvas dependientes de un parámetro que es el índice de regresión ya definido. Esos rayos especiales de proyección son precisamente las curvas de tamaños reales para tamaño aparente constante; por su significado, las curvas citadas indicarían la trayectoria hipotética ficticia de un rayo de proyección curvo, ya que sus diversos puntos definen igual tamaño aparente o imagen.

Las ecuaciones representativas de la perspectiva intermedia propuesta se deducen inmediatamente a partir de las reglas de la geometría analítica. En la figura 9, P indica un punto genérico del objeto, a representar en perspectiva, de coordenadas (u, v, w) con respecto a una terna principal de referencia X-Y-Z; V, el punto de vista de coordenadas (a, b, c); C, el punto de interés o centro de atención de coordenadas (x', y', z') del objeto. La recta VC, que une el punto de vista con el centro de atención define el rayo de proyección principal. El plano de proyección, se supone en la figura, pasante por C y perpendicular al rayo principal. Los cosenos directores de una normal, a ese plano son entonces proporcionales a los valores:

$$\begin{aligned} a' &= a - x' \\ b' &= b - y' \\ c' &= c - z' \end{aligned} \qquad \text{(Ec. 7)}$$

La distancia del punto de vista al plano de proyección, donde se formará la imagen, vale:

$$\mathrm{VC} = t = (a'^2 + b'^2 + c'^2)^{\frac{1}{2}} \qquad \text{(Ec. 8)}$$

Indicando con Q el pie de la perpendicular desde el punto genérico P al rayo principal, la distancia de V a P, medida normalmente al plano de proyección, vale:

$$\mathrm{VQ} = d\,(a' \,.\, (a - u) + b' \,.\, (b - v) + c' \,.\, (c - w))\,/\,t \qquad \text{(Ec. 9)}$$

En la misma figura 9 se designa r al segmento QP y p al segmento CI. Para una proyección curva de índice i o perspectiva intermedia de índice i, el punto imagen I del punto real P, surge como punto intersección con el plano de proyección, del rayo de proyección curvo de índice i, saliente de V y pasante por P. El valor p que determina la posición de I sobre el plano de la imagen se deduce a partir de la Ec. 4, reemplazando simplemente los respectivos valores. Así resultan las coordenadas siguientes (X, Y, Z) del punto I, referidas a la terna principal:

$$\begin{aligned} \mathrm{X} &= x' + (t\,/\,d)^{1-i} \,.\, (u - a + (d\,/\,t) \,.\, a') \\ \mathrm{Y} &= y' + (t\,/\,d)^{1-i} \,.\, (v - b + (d\,/\,t) \,.\, b') \\ \mathrm{Z} &= z' + (t\,/\,d)^{1-i} \,.\, (w - c + (d\,/\,t) \,.\, c') \end{aligned} \qquad \text{(Ec. 10)}$$

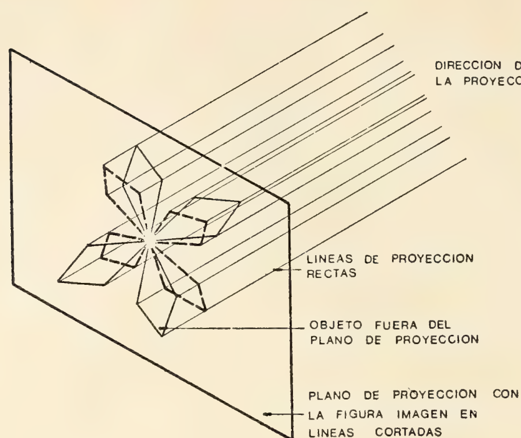


Fig. 7. — Perspectiva paralela

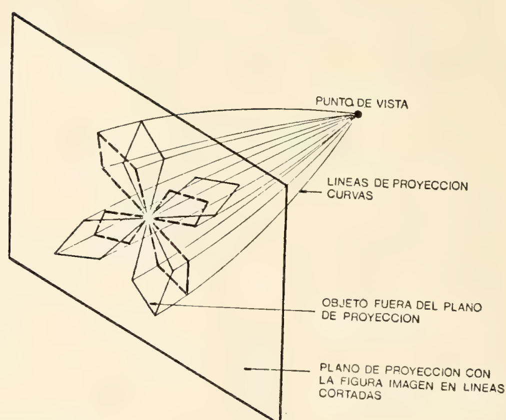


Fig. 8. — Perspectiva intermedia

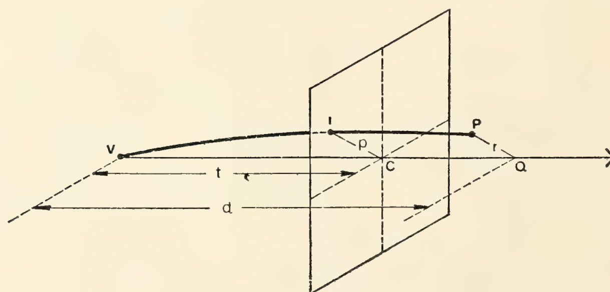


Fig. 9. — Hipótesis de generación de imágenes

Con respecto a una terna local de referencia de ejes x-y-z con centro en C, con el eje z normal al plano de proyección, y el eje x horizontal, las coordenadas respectivas del punto I, en el plano $(x - y)$ de la imagen valen:

$$x = (t/d)^{1-i} . (-b'(u-a) + a'(v-b)) / (a'^2 + b'^2)^{\frac{1}{2}} \quad \text{(Ec. 11)}$$

$$y = (t/d)^{1-i} . (-a'c'(u-a) - b'c'(v-b) + (a'^2+b'^2)(w-c)) / t / (a'^2+b'^2)^{\frac{1}{2}}$$

Para el caso $i = 0$, las ecuaciones anteriores proporcionan la perspectiva cónica [5]:

$$\begin{aligned} X &= a + (t/d) . (u - a) \\ Y &= b + (t/d) . (v - b) \\ Z &= c + (t/d) . (w - c) \end{aligned} \quad \text{(Ec. 12)}$$

Las coordenadas locales valen:

$$x = (t/d) . (-b'(u-a) + a'(v-b)) / (a'^2+b'^2)^{\frac{1}{2}} \quad \text{(Ec. 13)}$$

$$y = (t/d) . (-a'c'(u-a) - b'c'(v-b) + (a'^2+b'^2)(w-c)) / t / (a'^2+b'^2)^{\frac{1}{2}}$$

Para el caso $i = 1$, resultan las ecuaciones correspondientes a la perspectiva paralela [15]:

$$\begin{aligned} X &= u + a' . (d/t - 1) \\ Y &= v + b' . (d/t - 1) \\ Z &= w + c' . (d/t - 1) \end{aligned} \quad \text{(Ec. 14)}$$

Las coordenadas locales respectivas en el plano de proyección son:

$$x = (-b'(u-a) + a'(v-b)) / (a'^2+b'^2)^{\frac{1}{2}} \quad \text{(Ec. 15)}$$

$$y = (-a'c'(u-a) - b'c'(v-b) + (a'^2+b'^2)(w-c)) / t / (a'^2+b'^2)^{\frac{1}{2}}$$

Las imágenes logradas con las leyes de la perspectiva intermedia o perspectiva generalizada tienen las propiedades siguientes:

1. Un objeto plano contenido en un plano perpendicular al rayo principal (plano frontal) produce una figura imagen enteramente semejante. Consecuentemente, las imágenes de objetos tridimensionales cualesquiera obtenidas en planos frontales distintos son semejantes.
2. Las imágenes obtenidas desde un punto de vista dado se parecen a las imágenes correspondientes a perspectivas cónicas obtenidas desde un punto de vista ubicado más atrás y situado en la recta del rayo principal. Esta circunstancia surge de la propiedad siguiente de los rayos de proyección curvos o curvas de tamaños reales deducidas anteriormente. Las tangentes a la familia de curvas para un valor fijo de x $(x = t)$, concurren todas a un mismo punto sobre el eje x distante $t.(i/(1 - i))$ a la izquierda del origen (Fig. 10); el segmento subtangente es constante e igual a $t/(1 - i)$. Resulta en consecuencia,

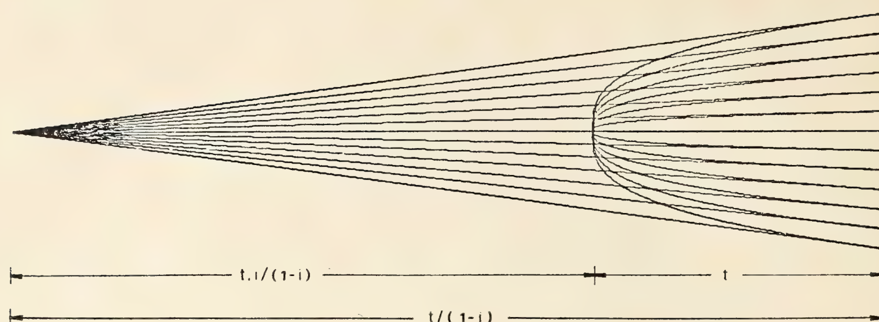


Fig. 10. — Propiedad de los rayos de proyección curvos

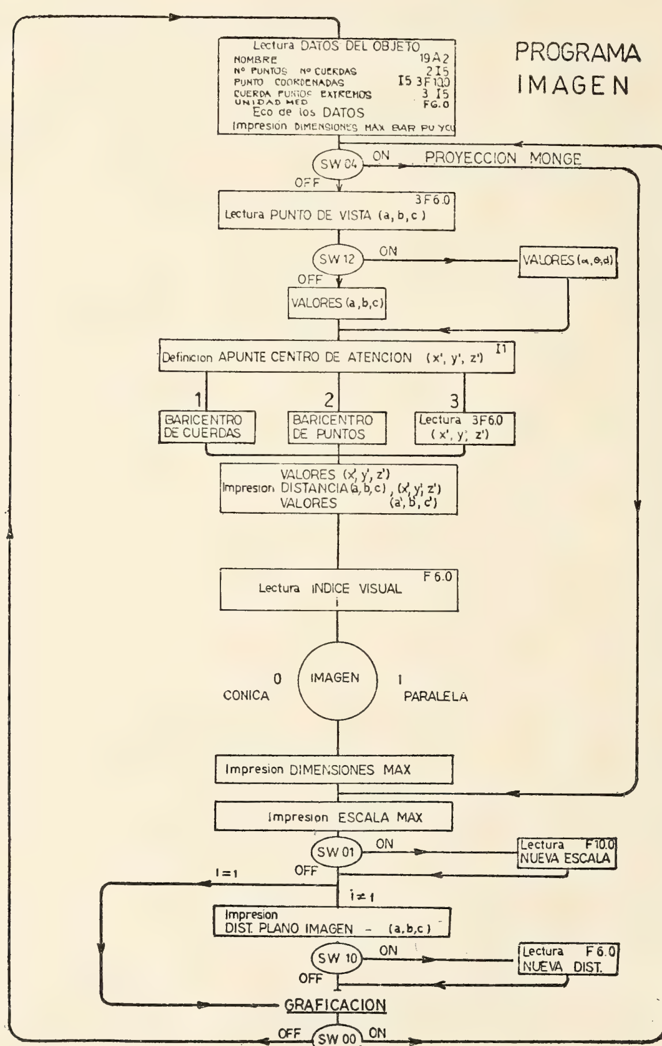


Fig. 11. — Esquema operativo del programa IMAGEN

que si la distancia entre el punto de vista y el centro de atención es t, la imagen resultante se parece a la que resultaría para una perspectiva cónica en la que el punto de vista hubiese retrocedido $t \cdot (i/(1-i))$, es decir, como si la distancia entre el punto de vista y el centro de atención fuese $t/(1-i)$. El punto citado puede considerarse como un pseudo-punto-de-vista para la perspectiva curva.

3. Las rectas en el objeto a representar en perspectiva, contenidas en planos frontales y las que cortan al rayo principal, dan como resultado rectas en sus respectivas imágenes.

4. La curvatura de los rayos de proyección hace curvar, en general, las líneas imágenes correspondientes a líneas rectas del objeto. Ese efecto, sin embargo, es casi imperceptible cuando el punto de vista no se halla muy cerca del objeto y para ángulos subtendidos no muy grandes. La curvatura de las líneas de proyección se hace infinito en el origen si i es menor que 0,5 y cero si i es mayor. Para puntos alejados del origen la curvatura tiende a cero para cualquier índice i.

5. Para el valor del índice i igual a 0,5, las curvas de proyección resultan ser haces de parábolas tangentes en sus vértices al eje vertical en el origen.

6. Con respecto a los rayos de proyección rectos de la perspectiva cónica $(i = 0)$, los rayos curvos empequeñecen las dimensiones o partes cercanas y agrandan las dimensiones o partes lejanas, introduciendo de esa manera la tendencia hacia la constancia del tamaño de los objetos percibidos. Es sencillo deducir que la tangente a una curva de proyección trazada a una distancia y del rayo principal, corta a su tangente vertical en el origen, a una distancia $i \cdot y$ de él.

7. EL PROGRAMA IMAGEN Y EJEMPLOS

Sobre la base de las ecuaciones descriptas el autor ha preparado un programa general de computadora denominado IMAGEN [16] que permite la realización de perspectivas intermedias con índices variables i de objetos tridimensionales cualesquiera (Fig. 11). Las figuras 12 y 13 ilustran para índices distintos las figuras correspondientes a un cubo desde dos puntos de vista. En el primer caso, el punto de vista PV se halla a una distancia DI muy próxima al centro de atención CA, y el ángulo subtendido por los rayos rectos en la proyección cónica respectiva es grande. Como consecuencia aparecen curvos algunos lados del cubo para las imágenes correspondientes a valores intermedios de i. Para el segundo caso, en el cual la distancia es mayor, y por ende, el ángulo menor, la curvatura es poco perceptible. Consideraciones similares se aplican a las figuras 14 y 15 que muestran, análogamente, las imágenes correspondientes a un esquema simplificado de mesa.

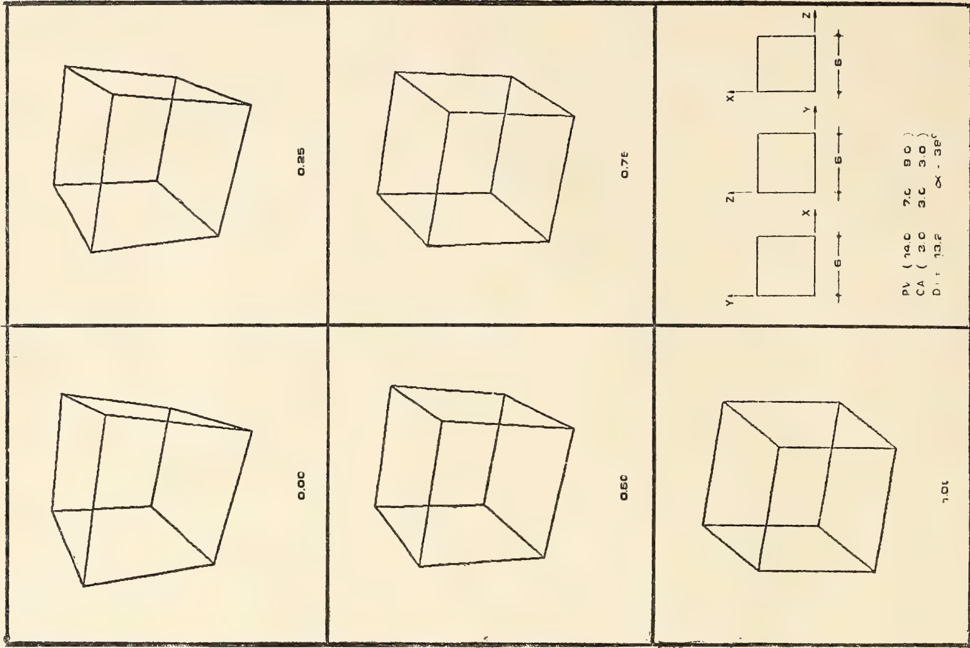


Fig. 13. — Figura de cubo (2)

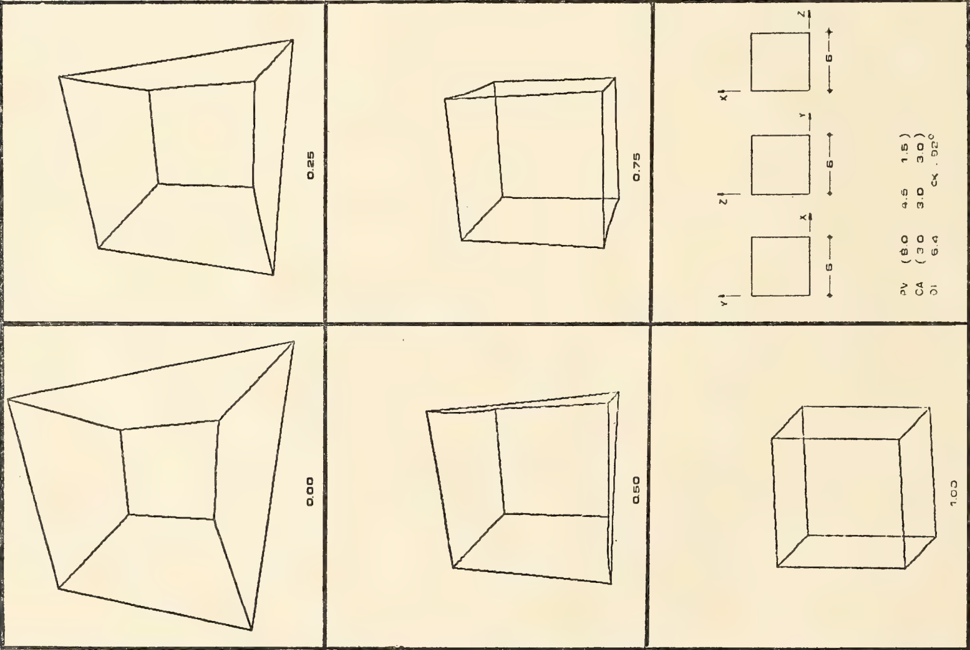


Fig. 12. — Figura de cubo (1)

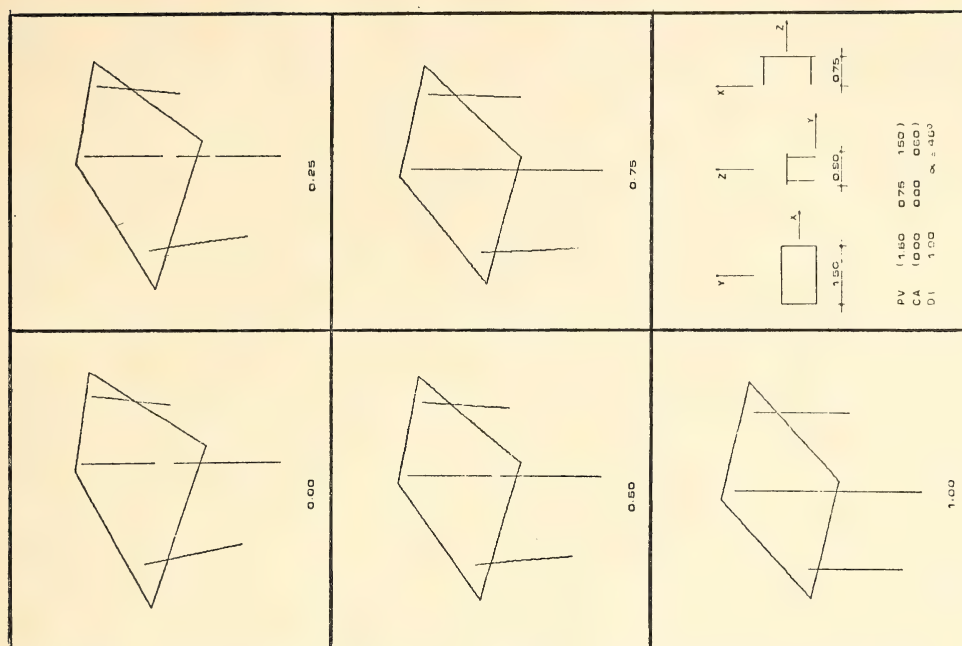


Fig. 15. — Figura de mesa (2)

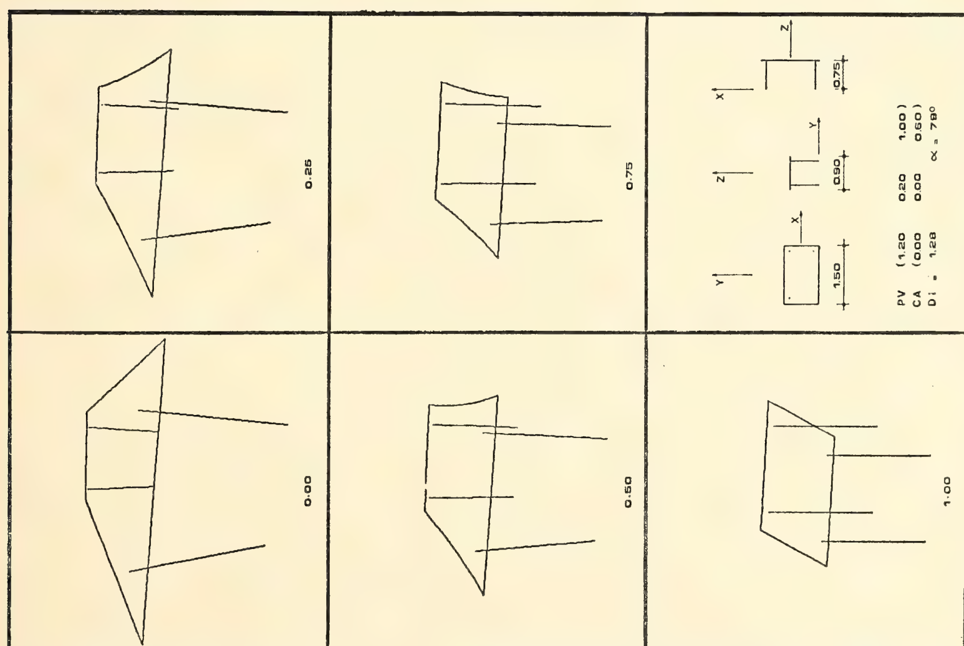


Fig. 14. — Figura de mesa (1)

8. CONCLUSIONES

Las perspectivas obtenidas con el procedimiento propuesto configuran una nueva representación plana de objetos tridimensionales, sólo en poca magnitud distinta de la representación plana que se logra con las reglas de la perspectiva cónica rectilínea, para las distancias y los ángulos habituales de observación de los objetos. Las imágenes respectivas no pretenden en absoluto simular la percepción visual; en términos simples, en el procedimiento presentado, los objetos lejanos no aparecen tan disminuidos en sus tamaños como en la perspectiva cónica, e inversamente, los próximos no aparecen tan aumentados. El grado de apartamiento lo mide un índice que se ha correlacionado con el índice de regresión fenomenológica. Thouless estudió experimentalmente los índices de diferentes clases de sujetos [17] y alentó el desarrollo de nuevas convenciones para la representación plana de objetos.

La manera como las personas perciben los objetos varía significativamente, y depende, en particular, de la escala de los tamaños observados [18]. Es indudable entonces la variabilidad espacial y temporal del índice de regresión. No obstante, el autor considera que la posibilidad de seleccionar a voluntad un dado valor del índice, a los efectos de la representación plana de un objeto o escena, agrega una nueva característica a la generación de imágenes. En ese sentido, cabría pensar la factibilidad de la fabricación de un nuevo tipo de cámara fotográfica que pudiese producir imágenes de acuerdo con las leyes presentadas de la perspectiva intermedia. Tal cámara debería contar con una palanca o perilla que permitiese elegir a voluntad el índice deseado, de manera similar a como actualmente se selecciona la velocidad de obturación, la abertura del diafragma o la distancia focal en las máquinas que poseen zoom. La realización tecnológica de tal cámara requiere el reconocimiento de las distancias a que se encuentran los diversos puntos de la escena u objeto a captar, o la posibilidad de poder curvar convenientemente, según la Ec. 4, a los rayos de proyección desde los puntos reales hasta los puntos imágenes.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. G. Hugh Begbie, *La visión y el ojo*, EUDEBA, Buenos Aires, 1972.
2. H. C. Reggini, *Perspectiva*, SUMMA 74, Buenos Aires, 1974.
3. H. W. Leibowitz, *Visual Perception*, MacMillan Co., New York, 1969.
4. R. Arnheim, *Arte y percepción visual*, EUDEBA, Buenos Aires, 1962.
5. E. T. Hall, *The Hidden Dimension*, Doubleday Anchor Press, New York, 1969.
6. R. Gregory, *The Intelligent Eye*, *McGraw-Hill* Co., New York, 1971.
7. J. J. Gibson, *Pictures, Perspective and Perception*, Daedalus, Vol. 89, Winter 1960.
8. B. B. Lloyd, *Perception and Cognition*, Penguin, London, 1972.
9. R. Gregory, *Eye and Brain*, World Univ. Press, London, 1966.
10. R. H. Thouless, *Phenomenal Regression to the Real Object*. I, Brit. J. Psychol. 21, 339, 1931.
11. R. H. Thouless, *Phenomenal Regression to the Real Object*. II, Brit. J. Psychol. 22, 1, 1931.
12. H. C. Reggini, *Perspectivas mediante computadoras*, La Ingeniería 1026. Buenos Aires, 1973.
13. Leonardo da Vinci, *Tratado de la pintura*, Espasa Calpe Argentina, Buenos Aires, 1947.

14. J. Needham, *Science and Civilization in China,* Vol. 4, Pt. III, Cambridge Univ. Press, 1971.
15. H. C. Reggini, *Simulación en computadora de una cámara fotográfica,* Segundas Jorn. Latin. Comp., UTN, Buenos Aires, 1974.
16. H. C. Reggini, *Perspectivas que incluyen el efecto psicológico de la constancia del tamaño,* La Ingeniería 1032, Buenos Aires, 1974.
17. R. H. Thouless, *Individual Differences in Phenomenal Regression,* Brit. J. Psychol., 22, 216, 1932.
18. A. M. Battro, *The possible metrics in visual space. Some experimental evidence for the lacking elliptic geometry,* (por publicarse).

SERIE II. CIENCIAS APLICADAS, Nº 39 ISSN 0037-8437

ACEITE ESENCIAL DE LA « PLUCHEA SAGITTALIS » (LAM.) CABR.: SUS COMPONENTES *

POR EDILBERTO C. J. TALENTI [1], JORGE A. DE ORELLANA [2] Y LAZARO J. J. PRIANO [3]

RESUMEN

La composición del aceite esencial de « *Pluchea sagittalis* (Lám.) Cabr. » fue estudiada utilizando las propiedades físicas, la preparación de derivados característicos, la cromatografía de absorción sobre alúmina, la cromatografía en fase gaseosa analítica y preparativa y las espectrometrías de ultravioleta (U. V.) e infrarojo (I. R.). Se logró identificar los siguientes componentes: d-alfa-pineno, canfeno, beta-pineno, d-limoneno, 1,8-cineol, p-cimeno, linalol, 1-alcanfor, acetato de bornilo, cariofileno, alfa-terpineol, borneol, acetato de geranilo y muy posiblemente alfa-tuyeno.

Diferencias halladas en la composición química de las esencias, obtenidas en iguales condiciones de plantas de *P. sagittalis* que fueron recolectadas en suelos distintos, sugirieron la conveniencia de vincular dichos datos con la composición de los suelos respectivos.

SUMMARY

The composition of the essential oil of « *Pluchea sagittalis* (Lam.) Cabr. » have been studied using physical properties, preparation of characteristic chemical derivatives, chromatographic adsorption on standardized alumina, analytical and preparative gas-liquid chromatography and U. V. and I. R. spectrometry. The following compounds were identified: d-α-pinene, camphene, β-pinene, d-limonene, 1,8-cineole (« Eucalyptol »), p-cimene (« Cymol »), linaloloöl, l-camphor, bornyl acetate, caryophyllene, α-terpineol, borneol, geranyl acetate and most probably α-thujene.

Differences in the chemical composition of essences obtained under similar conditions, but coming from plants of *P. sagittalis* (Lam.) Cabr. growing in different soils, suggest the convenience of relating such data with the respective soil composition.

* Trabajo presentado en el « XI Congreso Latinoamericano de Química » celebrado en Santiago de Chile del 5 al 11 de enero de 1972.

[1] Investigador Adjunto de la Universidad Nacional del Litoral, Laboratorio de Investigaciones « Dr. Gustavo A. Fester ». Departamento de Química Orgánica. Facultad de Ingeniería Química. Santiago del Estero 2829, Santa Fe, República Argentina.

[2] Instituto Nacional de Limnología, dependiente del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas. Maciá 1933, Santo Tomé (Pcia. de Santa Fe), Argentina.

[3] Dirección General de Suelos y Aguas, dependiente del Ministerio de Agricultura y Ganadería de la provincia de Santa Fe. Boulevard Pellegrini 3100, Santa Fe, Argentina.

Finalizado en diciembre de 1971. Presentado a la revista *Anales de la Sociedad Científica Argentina*, en octubre de 1972.

INTRODUCCION

La *Pluchea sagittalis* (Lám.) Cabr. es una hierba que pertenece a la División: Espermatófita; Sub-división: Angiosperma. Clase: Dicotiledónea. Orden: Campanulada. Familia: Compuesta; Sub-familia: Tubiflorales. Tribu: Inúleas. Género: Pluchea. Especie: Sagittalis. Sus nombres comunes vernáculos son —entre otros— los siguientes: Lusera, Lucera, Lucero, Lucerillo, Quitote, Quitoc, Quitoco, Yerba del Lusero, Hierba Lusera, etc. Generalmente crece en lugares húmedos, en las orillas de los ríos, lagos y lagunas, en bañados, arenales bajos, etc., desarrollándose en forma silvestre.

Es muy frecuente en el noreste argentino, pero también se la encuentra en Brasil, Paraguay y Uruguay. Los tallos tiernos y las hojas poseen un olor aromático bastante agradable y su infusión posee —según los habitantes de esos lugares— las siguientes propiedades medicinales: estomacal, depurativa, digestiva, tónica y muy útil en los desarreglos intestinales, afecciones hepáticas y biliares, por lo cual su uso empírico para esta clase de afecciones está bastante generalizado, especialmente en las zonas indicadas. En Concepción del Uruguay (Pcia. de Entre Ríos, Rep. Argentina) existe una firma comercial dedicada a la preparación de un licor aperitivo algo amargo y alcohólico sobre la base de la Lusera, el cual se conoce con dicho nombre, en su preparación también entran otras plantas como ser: Ruibarbo, Centaura, Marcela, Quina, Mayorama, Arazá Miní, etc., que en cierta manera suman sus propiedades a las de la planta que nos ocupa, por lo que en realidad dicho aperitivo —obtenido principalmente por maceración, filtración y destilación de las mencionadas plantas—, disimula las reales propiedades de la hierba cuyo aceite esencial es motivo principal del presente estudio.

Cabe señalar que las características botánicas de *Pluchea sagittalis* ([1,2,3]) y la composición de su aceite esencial ([4,5,6]) fueron estudiadas y publicadas por otros investigadores. Asimismo, uno de los autores del presente trabajo y sus colaboradores, publicaron anteriormente algunas notas ecológicas, taxomorfológicas y anátomo-histológicas relativas a la planta y a la investigación de su aceite esencial ([7,8]).

El presente trabajo tiene por finalidad completar el estudio de la composición de dicho aceite esencial. Al encontrarse plantas de *P. sagittalis* a pocos kilómetros del lugar de trabajo, por razones de distancia y mayor comodidad, se recolectó material vegetal para este estudio en los bañados del río Salado, en el distrito Santo Tomé del departamento La Capital (Pcia. de Santa Fe, Rep. Argentina). Este sitio dista unos 300 km en línea recta, hacia el sur, del lugar donde se tomaron las muestras en nuestros trabajos anteriores. Para el presente estudio, las plantas fueron recolectadas en plena floración, en los primeros días del mes de marzo, para que las condiciones de crecimiento del vegetal y época de recolección fueran similares a las anteriores.

Cabe aclarar que el material vegetal venía dividido en dos porciones, provenientes de sendos lugares que presentaban distintos aspectos:

a) plantas que crecían sobre montículos de tierra en forma de cono o semiesfera —antiguos hormigueros conocidos como "*tacurúes*" (voz guaraní)— abundantes en terrenos anegadizos.

b) plantas que crecían en partes llanas, rodeando a las primeras. A simple vista se podía observar que en las que se desarrollaban en estas últimas condiciones no alcanzaban ni la altura ni el desarrollo armónico de las que vegetaban sobre los "*tacurúes*", evidenciando dificultades para su crecimiento normal.

Está perfectamente demostrado que los "*tacurúes*", formados con tierra que las hormigas extraen de cierta profundidad, poseen composición distinta a la del terreno que los circunda; de aquí que la vegetación que sustentan sea diferente, estando en algunos casos favorecida y en otros perjudicada en su desarrollo ([9, 10, 11]).

Debido a ello se pensó que la composición del aceite esencial también podía ser distinta y se estudiaron separadamente las plantas de ambos lugares ("*tacurúes*" y zona circundante).

La esencia fue aislada sometiendo al vegetal a una destilación por arrastre con vapor de agua. Los métodos empleados para identificar y aislar los diversos componentes fueron: destilación fraccionada al vacío, preparación de derivados característicos con propiedades físicas y químicas definidas, cromatografía de adsorción sobre alúmina, cromatografía en fase gaseosa analítica y preparativa y espectrometrías en ultravioleta e infrarrojo.

En este estudio se aislaron e identificaron los siguientes componentes del aceite esencial: d-alfa-pineno, canfeno, beta-pineno, d-limoneno, 1,8-cineol, p-cimeno, linalol, l-alcanfor, acetato de bornilo, cariofileno, alfa-terpineol, borneol, acetato de bornilo y muy posiblemente alfa-tuyeno.

No se pudo hallar humuleno y geraniol, encontrados en los estudios anteriores (op. cit. 7, 8), a la vez que ahora se individualizaron alfa-tuyeno, beta-pineno, d-limoneno y acetato de bornilo, que antes no habían sido hallados.

Estas diferencias cualitativas en la composición de la esencia, unidas a otras de carácter cuantitativo, hicieron pensar que podía tratarse de otra especie vegetal. Consultados al respecto los profesores Rubén Manzi y Félix A. Tedone, no hallaron ninguna diferencia taxo-morfológica ni tampoco anátomo histológica entre los vegetales provenientes de los distintos lugares, que hicieran sospechar la admisión de otra especie botánica. En vista de ello, se pensó que tales diferencias en la composición del aceite esencial podrían estar vinculadas con posibles formas de reacciones ecológicas hasta ahora no reconocidas, o con las probables diferencias de climas y/o suelos. Sobre esta base, paralelamente al presente estudio, se efectuó otro sobre los factores mencionados en último término y sus posibles influencias en la composición del aceite esencial, el cual se publica en forma separada.

PARTE EXPERIMENTAL

Aparatos, equipos y algunas de las drogas utilizadas.

Polarímetro tipo Lippich, con luz monocromática de sodio; *Refractómetro* tipo Abbe, con luz monocromática de sodio; *cromatógrafo* para gases marca "Pekin Elmer", modelo 116-T, con detección por conductividad térmica, block a Termistores, alimentación 6 v. *Gas de arrastre:* nitrógeno "4 bandas". Caudal: 30 mililitros/minuto a temperatura de columna.

Columnas analíticas: tubos de aluminio de 200 cm de longitud, con diámetro exterior de 0,6 cm, doblados en W. Se usaron dos columnas en serie, totalizando 400 cm de longitud.

Columna preparativa: Pekin Elmer, compuesta por dos cabezales de aluminio con seis tubos columnas; cada uno de ellos tiene una longitud de 44,5 cm y un diámetro exterior de 2,55 cm.

Rellenos utilizados en las columnas cromatográficas analíticas:

1. *Carbowax 20 M* (Polietilén glicol 20.000) Carlo Erba, al 15 % en peso sobre Chromosorb "P" silanizado, de Carlo Erba, malla 70-80.
2. *Emulphor OU*, de BASF A. G., al 15 % en peso sobre Celite 545 B.D.H., malla 70-80.
3. *Grasa Apiezon L*, de A.B.I. Metropolitan Vickers & Co., al 15 % en peso, sobre Celite 545 B.D.H., malla 70-80.
4. *UCON OIL L. B. 550 - X* (P.M. 719) (Polipropilén glicol) de Unión Carbide Chemicals Company, al 20 % en peso sobre Chromosorb "G", malla 80-100.
5. *Polisuccionato de etilén glicol* (E.G.S.), de Carlo Erba, al 20 % en peso sobre Chromosorb "G", malla 80-100.
6. *P. E. G. 4000* (Polietilén glicol 4000) de Fluka A. G., al 15 % en peso sobre Celite 545 B.D.H., malla 60-80.

El relleno más empleado y tomado para comparación de los distintos cromatogramas del aceite esencial fue el Carbowax 20 M.

Relleno para la columna preparativa: Carbowax 20.000, de Union Carbide Ch. Co., al 20 % en peso sobre Celite 545 B.D.H., malla 30-50.

La preparación de los distintos rellenos se efectuó siguiendo las misma técnica descripta en un trabajo anterior [12].

Cromatografía de absorción sobre alúmina:

Se emplearon columnas de vidrio "Pyrex", una de 1.250 mm de longitud y 17 mm de diámetro interno; otra de 550 mm de longitud y 8 mm de diámetro interno. Como adsorbente se empleó alúmina Merck neutra, grado I-II; como eluentes se usaron: éter de petróleo 60°-80°, benceno, cloroformo, acetona y metanol y mezclas de ellos.

Análisis espectrofotométricos:

Para la realización de los espectros infrarrojos se usó un espectrofotómetro infrarrojo marca Pekin Elmer, modelo 21. Los espectros de las sustancias líquidas fueron realizados casi todos en "film" o con espesores de 0,025 mm. Los espectros de sólidos fueron hechos como pastillas con bromuro de potasio.

Para la realización de los espectros ultravioleta se empleó un espectrofotómetro para U.V. visible, marca Pekin Elmer, modelo 124.

EXTRACCION DEL ACEITE ESENCIAL

Se partió de unos 30 kg de material vegetal fresco, en completo estado de floración. Todo el vegetal se dejó secar a la sombra, durante 20 días. Debido al secado, el material se redujo a unos 24 kg y —tras eliminación de los tallos leñosos gruesos y algunas raíces—, se obtuvieron 16,80 kg de tallos tiernos, hojas y flores, los que —una vez procesados— rindieron un total de 26,98 gramos de aceite esencial.

Partiendo de 10,72 kg de material vegetal proveniente de plantas establecidas sobre "*tacurúes*" se obtuvieron 16,08 gramos de aceite esencial, mientras que 6,08 kg de plantas provenientes de las partes llanas produjeron 10,90 gramos de esencia.

TABLA 1

Datos analíticos y propiedades de las esencias de « Pluchea sagittalis »

Propiedades	Lugar donde crecían las plantas: Sobre los tacurúes	Lugar donde crecían las plantas: En las partes llanas circundantes
Vegetal seco tratado	10,72 Kg	6,08 Kg
Esencia obtenida	16,08 g	10,90 g
Rendimiento	0,15 %	0,18 %
Aspecto	Aceite límpido	Aceite límpido
Color	Amarillento	Amarillento
Olor	Alcanforáceo	Alcanforáceo
Peso específico	$d_{4°}^{20°}$ 0,9272	$d_{4°}^{20°}$ 0,9306
Indice de refracción	$n_D^{20°}$ 1,4827	$n_D^{20°}$ 1,4882
Rotación óptica	$[\alpha]_D^{20°}$ + 10,5°	$[\alpha]_D^{20°}$ + 15,8°

Para aislar las esencias se empleó una destilación por arrastre con vapor de agua, usando un alambique de cobre con capacidad para 12 kg del material en estudio. A la salida se colocaron dos refrigerantes de vidrio "Pyrex" de 60 cm de longitud cada uno, montados en paralelo. El vapor de agua condensado y la esencia arrastrada fueron recogidos en dos frascos florentinos ([13]). Se separó la esencia insoluble. La solución acuosa remanente (aproximadamente 35 litros) se trató con 200 gr de ClNa por litro, extrayéndose la esencia en porciones, con éter etílico (aproximadamente 18 litros en total). Los extractos etéreos se secaron con sulfato de sodio anhidro, se filtraron, se unieron en una única porción y el solvente se recuperó por destilación fraccionada. La esencia así obtenida se unió con la insoluble —de color algo más claro— y se secaron con sulfato de sodio anhidro. Luego de filtrar se determinaron las propiedades de las esencias obtenidas, las que se dan en la Tabla 1.

Teniendo en cuenta las propiedades físicas de cada una de ellas, se pudo observar que la esencia proveniente de las plantas establecidas sobre los "*tacurúes*" presentaba menores pesos específicos, índice de refracción y poder rotatorio que la esencia proveniente de las plantas que crecían en las partes llanas.

Todo parecía indicar, entonces, que la primera sería menos rica en compuestos oxigenados y/o sesquiterpénicos. Asimismo, el rendimiento de aceite esencial respecto del material vegetal, también resultó menor para la esencia proveniente de las plantas que crecían sobre los "*tacurúes*".

Estudio de la composición del aceite esencial

Se comenzó por analizar las esencias completas, libres de ácidos y fenoles, por cromatografía gaseosa. La Tabla 2 presenta el análisis correspondiente para la esencia proveniente de las plantas ubicadas sobre los "*tacurúes*" y en las partes llanas.

Del estudio de la Tabla 2 se puede apreciar que —en general— no se presentan grandes diferencias desde el punto de vista cualitativo, pero sí desde el cuantitativo. Así, por ejemplo, la esencia proveniente de plantas de "*tacurúes*" parecería ser más rica en los picos 3, 5, 8 y 10, menos rica en los picos 2, 4, 6, 7, 11, 14, 15 y 16, mientras que la proporción de los picos 1, 9, 12 y 13 sería casi la misma para ambas esencias.

De acuerdo con los tiempos de retención obtenidos, se podría suponer que los distintos picos cromatográficos pertenecerían a las sustancias indicadas en la Tabla 2.

La medida del área de los picos se efectuó por triangulación, multiplicando el ancho del pico en su altura media, por la altura real, método éste descripto por varios autores ([14, 15, 16, 17]). De esta manera, fueron hallados los "porcentajes relativos" correspondientes a cada pico y resumidos en la Tabla 2.

TABLA 2

Cromatogramas de las esencias completas de « Pluchea sagittalis »

Cromatógrafo para gases Perkin Elmer, modelo 116 T — Detector de conductividad térmica.

Gas de arrastre = nitrógeno (99,9 %) a 30 ml/min.

Temperatura de la columna = 175° (Isotérmico).

Longitud de columna = 2 m + 2 m. Diámetro de la columna = 0,6 cm.

Relleno = Carbowax 20 M al 15 % en peso sobre Chromoserb P.

Pico registrado	*P. sagittalis* (Tacurúes)				*P. sagittalis* (Llanos)				Sustancias patrones cromatografiadas en iguales condiciones	tR mm	tR min	tR rel
	tR mm	tR min	tR rel	% rel	tR mm	tR min	tR rel	% rel				
1	28,4	7,1	0,168	1,06	28,4	7,1	0,168	1,08	α-Tuyeno	28,4	7,1	0,168
2	34,0	8,5	0,201	6,43	34,0	8,5	0,201	9,50	α-Pineno	34,0	8,5	0,200
3	40,0	10,0	0,237	18,76	40,0	10,0	0,237	6,07	Canfeno	40,0	10,0	0,236
4	46,8	11,7	0,278	1,73	47,2	11,8	0,280	1,89	ρ-Pineno	47,2	11,8	0,279
5	55,2	13,8	0,327	11,78	55,2	13,8	0,327	6,97	Limoneno	55,2	13,8	0,326
6	60,4	15,1	0,358	6,03	60,4	15,1	0,358	10,76	Cineol	60,4	15,1	0,357
7	67,2	16,8	0,398	6,68	67,2	16,8	0,398	8,48	p-Cimeno	67,2	16,8	0,397
8	90,0	22,5	0,533	2,18	90,0	22,5	0,533	1,38	—	—	—	—
9	108,4	27,1	0,642	0,93	108,4	27,1	0,642	0,87	—	—	—	—
10	130,0	32,5	0,770	7,50	130,0	32,5	0,770	6,79	Linalol	130,4	32,6	0,770
11	168,8	42,2	1,000	20,83	168,8	42,2	1,000	20,90	Alcanfor	169,2	42,3	1,000
12	186,4	46,6	1,101	2,62	186,4	46,1	1,104	2,58	Acetato de Bornilo	186,4	46,6	1,102
13	224,4	56,0	1,327	3,64	224,0	56,0	1,327	3,71	Cariofileno	224,4	56,1	1,326
14	243,2	60,8	1,440	3,06	243,2	60,8	1,440	6,46	α-Terpineol	243,6	60,9	1,439
15	260,0	65,0	1,540	2,30	260,0	65,0	1,540	3,87	Borneol	260,4	65,1	1,539
—	—	—	—	—	—	—	—	—	Humuleno	274,4	68,6	1,621
16	300,0	75,0	1,777	4,47	300,4	75,1	1,775	8,74	Acetato de Geranilo	300,4	75,1	1,771
—	—	—	—	—	—	—	—	—	Geraniol	366,4	81,6	2,165

Sustancia de referencia = Alcanfor.

TABLA 3

Destilación fraccionada al vacío de la esencia de « Pluchea sagittalis » del Salado (Tacurúes + Llanos)

Fracción	Pres. en mm Hg	Temp. de destilación		Temperatura baño		Relación de reflujo	Peso en gramos	% en peso	$d_4^{20°}$	$n_D^{20°}$	$\alpha_D^{20°}$
		Inicial	Final	Inicial	Final						
1	30	59°	68°	98°	100°	8 : 1	2,6880	10,0276	0,8724	1,4638	+45,74°
2	25	62	71	98	110	6 : 1	2,1520	8,0280	0,8813	1,4693	+26,45
3	25	71	80	110	124	6 : 1	2,2306	8,3212	0,8876	1,4708	+12,52
4	15	61	73	93	111	4 : 1	4,9698	18,5400	0,8994	1,4766	+ 7,86
5	15	73	90	111	132	4 : 1	2,8148	10,5006	0,9022	1,4798	+ 2,38
6	6	71	92	116	144	2 : 1	3,2482	12,1174	0,9245	1,4892	−23,27
7	6	92	105	144	162	2 : 1	2,8740	10,7215	0,9377	1,4956	− 3,16
8	6	105	138	162	180	2 : 1	2,3612	8,8084	0,9592	1,5094	+ 0,36
9		Residuo					3,4674	12,9353			
		Total en gramos					26,8060	100,0000			

SEPARACION E IDENTIFICACION DE LOS COMPONENTES

Atendiendo a la escasa cantidad de esencias disponibles y a que no pudieron observarse otras diferenciaciones en el análisis por cromatografía gaseosa que las ya señaladas, se unieron ambas esencias en una única porción para ser sometidas a una destilación fraccionada al vacío. Para ello se usó una columna tipo Rechenberg, con las siguientes características: material vidrio "Pyrex", diámetro interno de la columna, 21 mm; altura del relleno, 220 mm, compuesto por anillos de vidrio "Pyrex" tipo Rasching de 3 mm × 3 mm. La columna dispone de calefacción optativa. Para regular la ebullición y evitar sobresaltos en ella se usó un tubo capilar por el cual se hacía pasar una corriente suave de anhidrido carbónico, a fin de evitar posibles oxidaciones. A la salida del refrigerante se conectó un cortador de fracciones.

El detalle de la destilación fraccionada al vacío está resumido en la Tabla 3. En todos los casos se tomaron los pesos y las propiedades físicas, sometiendo cada fracción al análisis por cromatografía en fase gaseosa para luego proceder a la identificación de los distintos componentes del aceite esencial.

Estudio de la primera fracción de la destilación al vacío

La primera fracción de la destilación al vacío fue sometida a un análisis por cromatografía en fase gaseosa y los datos del cromatograma correspondiente se muestran en la Tabla 4. En ese cromatograma, la comparación de los tiempos de retención con sustancias patrones cromatografiadas en idénticas condiciones permitió ubicar los picos con las sustancias sospechadas.

A continuación se efectuó una cromatografía gaseosa preparativa. Para la recolección se usaron trampas de vidrio "Pyrex" en forma de "pera" y que permitieran la centrifugación de la muestra recolectada. La longitud total era de 100 mm y su diámetro máximo 20 mm. En su parte superior, cada trampa presentaba una pequeña rama lateral que terminaba en un estrecho capilar doblado hacia abajo, mientras que por la parte central se unía a la salida de la columna cromatográfica mediante un pico de jeringa hipodérmica. Como sustancia refrigerante se utilizó una mezcla de nieve carbónica y acetona, contenida en un recipiente térmico común. Se efectuaron cinco inyecciones de 0,5 ml cada una. El pico 1, debido a su escasa cantidad, no pudo ser recolectado. No obstante, cabe aclarar que inyectando una mezcla de la fracción 1 de la destilación al vacío de la esencia (20 μl) y alfa-tuyeno (5 μl) se observó un crecimiento del primer pico en el estudio analítico por cromatografía en fase gaseosa. Lo mismo se realizó con una mezcla de la esencia completa y alfa-tuyeno, con diversas fases estacionarias y a distintas temperaturas, observándose siempre un incremento del pico que se supuso fuera el correspondiente al alfa-tuyeno.

La porción recolectada correspondiente al pico 2 presentó un índice de refracción $n_D^{20°}$ 1,4660 y su espectro infrarrojo concordó con el del alfa-pineno. Como prueba química complementaria, una parte de lo recolectado

TABLA 4

Datos de cromatografía gaseosa de la primera fracción de la destilación al vacío de la esencia de « Pluchea sagittalis » del río Salado *

Pico registrado	Fracción 1ª destilada al vacío Esencia *P. sagittalis*				Sustancias patrones cromatografiadas en iguales condiciones			
	tR mm	tR min	tR^{rel}	%		tR mm	tR min	tR^{rel}
1........	63,2	15,8	0,380	2,92	α-Tuyeno	63,2	15,8	0,380
2........	77,6	19,4	0,467	27,10	α-Pineno	77,6	19,4	0,467
3........	98,0	24,5	0,590	23,90	Canfeno	98,0	24,5	0,590
4........	117,6	29,4	0,708	15,02	β-Pineno	117,2	29,3	0,706
—	—	—	—	—	Sabineno	128,0	32,0	0,771
—	—	—	—	—	Mirceno	140,0	35,0	0,843
5........	166,0	41,5	1,0000	13,77	Limoneno	166,0	41,5	1,0000
6........	180,0	45,0	1,084	9,78	1-8 Cineol	180,0	45,0	1,084
7........	224,4	56,1	1,352	7,53	p-Cimeno	224,8	56,2	1,354

Sustancia de referencia = Limoneno.

* Condiciones similares a las indicadas en la Tabla 2, excepto la temperatura, que en este caso fue de 125°.

fue oxidada con permanganato de potasio, obteniéndose el ácido pinónico (18), el cual, una vez purificado por recristalización, presentó P.F. 66-67°, con un $[\alpha]_D^{20°} = + 87,6°$ (en cloroformo). A partir del ácido pinónico se obtuvo su semicarbazona (P.F. = 204°) y cuyo espectro ultravioleta presentó un λ máx. = 226 nm.

La porción correspondiente al pico 3 se presentó como un sólido de color blanco, olor débilmente alcanforáceo, P. F. = 49°. A 56° presentó un $n_D^{56°}$ 1,4611. El análisis por espectrometría de I.R. indicó que se trataba de canfeno.

La porción correspondiente al pico 5 se presentó también como un líquido con $n_D^{20°}$ 1,4866 y su espectro infrarrojo coincidió con el del beta-pineno.

La porción correspondiente al pico 5 se presentó también como un líquido oleoso, incoloro, con olor limonáceo y con $n_D^{20°}$ 1,4746. Su espectro infrarrojo concuerda con el del limoneno. Como prueba química complementaria, se lo trató con bromo disuelto en éter etílico anhidro libre de peróxidos. Se dejó reposar hasta la evaporación del éter, obteniéndose el tetrabromuro de limoneno, que recristalizado de acetato de etilo presentó un P. F. 104° con $[\alpha]_D^{20°}$ + 61,3°, lo que confirmaría que se trata del isómero dextrógiro algo racemizado (19).

La porción correspondiente al pico 6 presentaba el olor característico del cineol y tenía $n_D^{20°}$ 1,4572. Con solución acuosa de resorcinol en exceso se obtuvo el complejo característico cineol-resorcina, que después de purificado presentó un P.F. 83°. Por otro lado, el análisis por espectrometría de infrarrojo indicó que se trataba de 1,8-cineol, confirmando todo lo señalado anteriormente.

La porción correspondiente al pico 7 se presentó como un líquido incoloro, ópticamente inactivo, con $n_D^{20°}$ 1.4918. Su espectro infrarrojo resultó ser exactamente igual al de una muestra patrón de p-cimeno, P. Eb. 175-177°.

Estudio de las fracciones 2ª y 3ª de la destilación fraccionada al vacío

Estas dos fracciones, analizadas por cromatografía en fase gaseosa, presentan cromatogramas bastante similares entre sí y también con el de la primera fracción, con la única diferencia del aumento y/o disminución en el área de los diversos picos, por lo que se decidió reunir estas dos últimas en una sola fracción. Cabe señalar que aparecen dos pequeños picos, cuyos tiempos de retención nos hacen pensar que pudiera tratarse de linalol y alcanfor, respectivamente. No obstante, el cromatograma de las fracciones segunda y tercera reunidas no aporta nada nuevo a lo ya dicho.

Estudio de las fracciones 4ª y 5ª de la destilación fraccionada al vacío

Ambas fracciones, analizadas por cromatografía gaseosa, presentan cromatogramas similares, por lo que se las unió en una sola fracción, la cual también se analizó por cromatografía gaseosa.

TABLA 5

Datos de la cromatografía gaseosa de las fracciones 4ª y 5ª de la destilación al vacío de la esencia de «P. sagittalis» del río Salado *

Pico registrado	Fracción 4ª+5ª destilada al vacío Esencia *P. sagittalis*				Sustancias patrones cromatografiadas en iguales condiciones			
	tR mm	tR min	tR^{rel}	%		tR mm	tR min	tR^{rel}
1........	28,4	7,1	0,168	1,15	α-Tuyeno	28.4	7,1	0,168
2........	34,0	8,5	0,200	5,26	α-Pineno	34,0	8,5	0,200
3........	40,0	10,0	0,236	4,35	Canfeno	40,0	10,0	0,236
4........	47,2	11,8	0,279	1,88	β-Pineno	47,2	11,8	0,279
5........	55,2	13,8	0,326	3,75	Limoneno	55,2	13,8	0,326
6........	60,4	15,1	0,357	7,10	Cineol	60,4	15,1	0,357
7........	67,2	16,8	0,397	10,00	p-Cimeno	67,2	16,8	0,397
8........	130,0	32,5	0,768	25,00	Linalol	130,4	32,6	0,770
9........	169,2	42,3	1,0000	34,70	Alcanfor	169,2	42,3	1,0000
10........	186,4	46,6	1,102	6,81	Acetato de Bornilo	186,4	46,6	1,102

Sustancia de referencia = Alcanfor.

* Condiciones idénticas a las señaladas en la Tabla 2.

En la Tabla 5 se transcriben los parámetros cromatográficos. Además, se efectuó una cromatografía gaseosa preparativa, recogiendo solamente los tres últimos picos.

El tiempo de retención del pico 8 coincide con el del linalol, el del pico 9 con el del alcanfor y el del pico 10 con el del acetato de bornilo, lógicamente cromatografiados en idénticas condiciones.

La porción recolectada cromatográficamente, correspondiente al pico 8, se presentó como un líquido incoloro, con un suave olor a lilas y un $n_D^{20°}$ 1,4663. Su espectro infrarrojo resultó coincidente con el del linalol.

La porción correspondiente al pico 9 se presentó como un sólido cristalino de color blanco, con el olor típico del alcanfor. Se lo purificó por sublimación y en tubo cerrado tenía P.F. 176-177°; poseía $[\alpha]_D^{20°}$ - 40,26° (Etanol) ([20]). Su espectro infrarrojo resultó idéntico al del alcanfor. De todo lo anterior se dedujo que el pico 9 correspondía a 1-alcanfor.

La porción recolectada correspondiente al pico 10 se presentó como un líquido incoloro, con olor a pino, con $n_D^{20°}$ 1,4647. Su espectro infrarrojo fue comparado con el correspondiente a una muestra patrón de acetato de bornilo y ambos espectros resultaron ser prácticamente iguales.

Estudio de las fracciones 6ª, 7ª y 8ª de la destilación fraccionada al vacío

Estas tres fracciones, analizadas por cromatografía en fase gaseosa, no presentan grandes diferencias. La fracción sexta es la más enriquecida en el pico que aparenta ser acetato de geranilo. Se intentó una cromatografía gaseosa preparativa, pero utilizando columnas analíticas de 0,6 cm de diámetro y 4 metros de longitud, rellenas con Carbowax 20 M al 15 % en peso sobre Chromosorb "P" a 175°. Se efectuaron 9 inyecciones de 50 μl cada una (450 μl en total), recolectando en una trampa de vidrio "Pyrex" en forma de U con un ensanchamiento en su base. Las ramas tienen 52 mm de longitud y un diámetro de 3 mm. Una de las ramas termina en un estrecho capilar doblado hacia abajo y la otra se une a la salida del cromatógrafo por medio de un pico para jeringa hipodérmica. El baño refrigerante, compuesto por una mezcla de hielo seco y acetona se colocó en un termo común. Con lo que se recolectó, se efectuó un espectro infrarrojo, el que resultó prácticamente coincidente con el correspondiente al acetato de geranilo. La Tabla 6 resume sus parámetros cromatográficos (pico 5).

La porción constituida por las fracciones 7ª y 8ª reunidas, fue sometida a una cromatografía de absorción sobre alúmina (grado I-II) empleando una columna de vidrio de 1.250 mm de longitud y 17 mm de diámetro interno. Como primer eluente se usó éter de petróleo 60-80° (aproximadamente 350 ml), separándose el cariofileno (*Op. cit.*, [12, 21] y [22]), el que fue analizado por cromatografía gaseosa empleando diversas fases estacionarias y temperaturas. Las propiedades físicas del cariofileno obtenido fueron las siguientes: $d_{4°}^{20°}$ 0,9049; $n_D^{20°}$ 1,5001; $[\alpha]_D^{20°}$ -6,22°.

Como prueba complementaria, el cariofileno fue tratado con el reactivo de Aschan ([23]) obteniéndose el cariolán-l-ol. Posteriormente se analizó por espectrometría de infrarrojo ([24]) confirmándose que se trataba de cariofileno.

TABLA 6

Datos de la cromatografía de la 7ª fracción de la destilación al vacío de la esencia de «P. sagittalis» del río Salado *

Pico registrado	Fracción 7ª destilada al vacío Esencia *P. sagittalis*				Sustancias patrones cromatografiadas en iguales condiciones			
	tR mm	tR min	tR^{rel}	%		tR mm	tR min	tR^{rel}
—	—	—	—	—	Linalol	130,4	32,6	0,770
1......	168,8	42,2	1,0000	3,50	Alcanfor	169,2	42,3	1,0000
—	—	—	—	—	Acetato de Bornilo	186,4	46,6	1,102
2......	224,4	56,1	1,329	35,63	Cariofileno	224,4	56,1	1,326
3......	243,6	60,9	1,443	29,20	α-Terpineol	243,6	60,9	1,439
4......	260,4	65,1	1,542	17,17	Borneol	260,4	65,1	1,539
—	—	—	—	—	Humuleno	274,4	68,6	1,621
5......	300,0	75,0	1,777	14,50	Acetato de Geranilo	300,4	75,1	1,775
—	—	—	—	—	Geraniol	366,4	91,6	2,165

Sustancia de referencia = Alcanfor.
* Idénticas condiciones a las indicadas en la Tabla 2.

Luego se pasaron por la columna 300 ml de benceno, obteniéndose un líquido oleoso, de color anaranjado, que al ser analizado por cromatografía en fase gaseosa mostró los picos cuyos tiempos de retención son coincidentes con los de alfa-terpineol y borneol, cromatografiados en idénticas condiciones. Este líquido oleoso se volvió a cromatografiar sobre alúmina grado I-II, empleando una columna de 550 mm de longitud y 8 mm de diámetro, eluyendo con éter de petróleo-benceno (1 : 3). Se pasaron 160 ml, recogiendo fracciones de 20 ml cada una. Al eliminar el solvente, en la fracción 6ª, quedó un líquido oleoso que —al ser analizado por cromatografía gaseosa— con diversas fases estacionarias —y en distintas condiciones— mostró que se trataba de alfa-terpineol ([25, 26, 27]). El posterior análisis por espectrometría de infrarrojo confirmó que dicho compuesto era alfa-terpineol.

A continuación se pasó una mezcla de benceno-cloroformo (1 : 1) (180 ml recogidos en porciones de 20 ml cada una) y en las fracciones finales, al evaporar el solvente, quedó como residuo un sólido cristalino de color blanco y olor alcanforáceo, que se purificó recristalizándolo de cloroformo, P.F.205°-206°. Su posterior análisis por cromatografía en fase gaseosa con diversas fases estacionarias y empleando distintas condiciones de trabajo, indicó que se trataba de borneol ([28]). Finalmente, la espectrometría de infrarrojo confirmó tal aseveración, pues su espectro resultó prácticamente igual al de una muestra de borneol auténtico.

CONCLUSIONES

En el presente estudio del aceite esencial de la planta de *P. sagittalis* fue posible determinar: d-alfa-pineno, canfeno, beta-pineno, d-limoneno, 1,8 cineol, p-cimeno, linalol, l-alcanfor, acetato de bornilo, cariofileno, alfa-terpineol, borneol, acetato de geranilo y muy posiblemente alfa-tuyeno. Pero no fue posible hallar humuleno ni geraniol, encontrados anteriormente (*Op. cit.* [7, 8]).

Como se pensó que dichas diferenciaciones podrían corresponder a formas de reacciones ecológicas hasta ahora no reconocidas, relacionadas con posibles variaciones climáticas y edáficas, se efectuó —paralelamente al presente trabajo— una introducción al estudio de los factores mencionados, comenzando por los edáficos y sus posibles influencias en la composición del aceite esencial, el cual se publica por separado.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al personal de la Dirección General de Recursos Naturales del Min. de Agricultura y Ganadería de la Pcia. de Santa Fe, la clasificación botánica, recolección y traslado del material vegetal proveniente de los bañados del río Salado, como así también su comparación botánica, taxo-morfológica y anátomo-histológica con plantas de la misma especie, provenientes de la Estac. Experimental "L. Parodi", el cual fuera estudiado anteriormente. *Op. cit.* [7, 8]).

Al personal del departamento de Química Orgánica de la Facultad de Ingeniería Química, U. N. del Litoral, Santa Fe, Ing. Qco. Enrique Castelao y Lic. en Qca. señora Argelia Lenardón de Casablanca, por la realización de todos los espectros infrarrojos pertenecientes al presente trabajo.

BIBLIOGRAFIA

1. Parodi L. R., Rev. Arg. Agron., 1, 108 (1934).
2. Cabrera, A. L., Rev. Mus. La Plata, Botánica, 4, 132 (1941).
3. Dominguez, J. A., Contrib. a la Mat. Méd. Arg., Synopses Materiae Medicae Argentinae, J. Peuser ed., p. 128 (1928).
4. Fester, G. A., Martinuzzi, E. A., Retamar, J· A. y Ricciardi, A. I. A., Bol. Academia de Córdoba, Argent., 40, 195 (1928).
5. Fester, G. A., Martinuzzi, E. A., Retamar, J. A., y Ricciardi, A. I. A., «Aceites Esenciales de la República Argentina», Academia Nac. Cienc., Córdoba, Argent., p. 51-52 (1961).
6. Fester, G. A., Martinuzzi, E. A., Retamar. J. A., y Ricciardi, A. I. A., Rev. Fac. Ing. Qca., Univ. Nac. Lit., Santa Fe, Argent., Vol. XXIV, Nº 38, pág. 37 (1955).
7. Talenti, E. C. J., Manzi, R., Tedone, F. A., Aringoli, E. y Ynnes, R. A., «Estudio Metodológico de la *Pluchea sagittalis*», Rev. Fac. Ing. Qca., Univ. Nac. Lit., Santa Fe Argentina, Vol. XXXVIII, p. 251-268 (1969).
8. Talenti, E. C. J. y Vottero, L. R. de, «Estudio relacionado con la presencia del Cariofileno y Humuleno en el aceite esencial de *Pluchea sagittalis* (Lam.) Cabr.». Trabajo presentado en el «XI Congreso Latinoamericano de Química», celebrado en Santiago de Chile del 5 al 11 de Enero de 1972. An. Soc. Cient. Arg., t. CXCVIII, p. 11-22.

9. Bonetto, A. A., Manzi, R. y Pignalberi, C., «Los Tacurúes de Camponotus punctulatus (Mayr.)». Notas ecologicas, Physis, Vol. XII, N° 63, pág. 217-224 (1961).
10. Bucher, E. H. y Zuccardi, R. B., «Influencia de las hormigas sobre la génesis de los suelos». Acta Zoológ. Lilloana, Vol. XXIII, 83 (1967).
11. Bonetto, A. A., «Las hormigas *Cortadoras* de la Provincia de Santa Fe». Ministerio de Agricultura y Ganadería de la Pcia. de Santa Fe, Argentina. Dirección General de Recursos Naturales. Publicación Científica, pág. 1-90 (1959).
12. Yunes, R. A. y Talenti, E. C. J., «Separación de hidrocarburos sesquiterpénicos por cromatografía en fase vapor», Revista Fac. de Ing. Qca., Univ. Nac. Lit., Santa Fe Argent., Vol. XXXV, pág. 12-23 (1961).
13. Fester, G. A., Retamar, J. A. y Ricciardi. A. I. A., Rev. Fac. Ing. Qca., Univ. Nac. Lit, Santa Fe, Argentina, Vol. XXVI, 81 (1957).
14. Scott, R. P. W. y Grandt, D. W., Analyst, 89. N° 1056, 179-184 (1964).
15. Ball, D. L., Harris, W. C. y Habgood, H. W., Sep Science, 2, 1, 81 (1967).
16. Condal-Bosch, J. Of. Chem, Educ., 41,4, april pA., 235-259 (1958).
17. Cromer, E. & Muller, R., Milerochem. Acta, 36/37, 553, (1957).
18. Guenther, E., The Essential Oils, Vol. II, pág. 54-61, D. Van Nostrand & Co., New York, U.S.A., (1949).
19. Guenther. E., The Essential Oils, Vol. II, pág. 22-27. D. Van Nostrand & Co., New York, U.S.A., (1949).
20. Guenther, E., Obra citada en 20 y 21, Vol. II, pág. 429-435. (1949).
21. Guenther, E., Obra citada en 20 y 21, Vol. II, pág. 99 a 106. (1949).
22. Yunes, R. A., Talenti E. C. J., y Luissetti R. U., Correlación entre estructura molecular y separación por cromatografía en fase gaseosa de hidrocarburos sesquiterpénicos. Rev. Fac. Ing. Qca. Univ. Nac. Lit. Santa Fe, (Argentina), Vol. XXXVII, pág. 85-97, (1968).
23. Asahina, Y. y Tsukamoto, T., Jour. Pharm. Soc. (Japan), 484, pág. 463-473, (1922).
24. Pliva, J., Horack, M.. Herout, N. y Sorm, F., Terpenspectren, S - 176.
25. Yunes, R. A., Talenti, F. C. J. y Terenzani, A. J., Separación de alcoholes de aceites esenciales por cromat. en fase vapor. Rev. Fac. Ing. Qca., Univ. Nac. Lit. Santa Fe, (Arg.), Vol. XXXVI, pág. 49-59, (1967).
26. Talenti, E. C. J., Terenzani, A. J. y Yunes, R. A., Separación por cromatografía en fase vapor de alcoholes terpénicos. Rev. Fac. Ing. Qca., Univ. Nac. Lit. Santa Fe, (Arg.) Vol. XXXVI, pág. 61-70, (1967).
27. Yunes, R. A., Talenti, E. C. J. y Terenzani, A. C., Correlación entre estructura molecular y separación por cromatografía en fase vapor de alcoholes. Rev. Fac. Ing. Qca. Univ. Nac. Lit. Santa Fe, (Argentina), Vol. XXXVI, pág. 71-82, (1967).
28. Talenti, E. C. J., Andrich, O. D. y Yunes, R. A., Comportamiento en la cromatografía en fase vapor de los estereoisómeros Neral-Geranial, Nerol-Geraniol y Borneol-Isoborneol. Rev. Fac. Ing. Qca., Univ. Nac. Lit. Santa Fe, (Arg.) Vol. XXXVII, (Primera parte), pág. 99-108, (1968).

BIBLIOGRAFIA

"New directions in Science goals and support: crisis or challenge?"; en las *Proceedings of the American Philosophical Society*, febrero 17 de 1971.

Esta publicación (disponible en la biblioteca de la S.C.A.) de una de las más antiguas asociaciones estadounidenses —fundada en 1743— ha trascripto distintas exposiciones provenientes de un simposio sobre política científica que, bajo el nombre del epígrafe, congregó a un grupo de importantes personalidades, p. ej.: Felipe Handler, director de la National Academy of Sciences, David Goddard, presidente de la Universidad de Pensilvania, Luis Levin, de la National Science Foundation.

Los temas tratados resultan de la mayor actualidad, pues traducen diversas dificultades por las que atraviesa el trabajo de investigación —aun dentro de una economía tan desarrollada como la del país septentrional—, sus relaciones con el agitado ambiente universitario, así como con el gobierno, las fuerzas armadas y la industria; sin olvidar las posturas adversas o indiferentes ante la evolución de la ciencia y la tecnología por parte no sólo del vulgo sino también de quienes militan en el propio dominio del saber.

Se toman en cuenta aspectos muy heterogéneos. Desde las mismas finalidades de la ciencia y sus diferentes campos de acción, la ética profesional, el decreciente apoyo estatal y la redistribución de fondos, o la incidencia de guerras como las de Vietnam, hasta el programa espacial, las medidas anti-inflacionarias, la sociedad pluralista y la centralización administrativa, la creación de centros aislados de experimentación, la reorganización de la enseñanza superior, la marcha de la investigación en Japón y Alemania, o la divulgación masiva de conocimientos.

El preboste del Instituto de Tecnología de Massachusetts, J. B. Wiesner, extenderá más todavía el contexto interpretativo cuando vincula la problemática a la "multicrisis contemporánea", basada, según aquel, en la "incongruencia" entre una acrecentada aptitud para modificar las cosas y la inhabilidad para satisfacer las necesidades humanas, en "el contraste entre el mundo que es y el mundo que puede ser..." — *H. E. B.*

KHUDOLEY, K. M. y A. A. MEYERHOFF. "*Paleogeography and geological history of Greater Antilles*". 1971, Geological Society of America, Boulder, Colorado. Memoir 129. 199 p. Ilustraciones y Bibliografía.

La publicación es el resultado de la investigación de dos geólogos de escuelas muy distintas (rusa el primero y estadounidense el segundo), que han trabajado en la misma región, Cuba. Si bien coinciden en general en cuanto a las observaciones de campo, difieren fundamentalmente en varios puntos con respecto a la interpretación.

Los autores presentan una puesta al día a la información inédita accesible y publicada en la región. La interpretación que surge de este resumen y síntesis es expuesta mediante mapas paleogeográficos, en muchas ocasiones dos, uno de cada autor.

La descripción de las entidades litológicas está presentada en forma sucinta pero lúcida, e incluye toda la información disponible. Las edades determinadas por medios radimétricos (31 muestras analizadas), de muy distintas fuentes, se presentan resumidas en un cuadro.

Respecto a las rocas más antiguas, no se ha podido precisar si son prejurásicas (Meyerhoff) o jurásicas (Khudoley). Justo es reconocer que las rocas de basamento, hasta la fecha, no han sido investigadas como corresponde. Se conocen dos sucesiones del Jurásico temprano y medio. Entre el Jurásico tardío y el Eoceno medio, la región devino un ortogeosinclinal. Los dos autores sustentan distintas ideas con respecto al momento de origen del ortogeosinclinal.

La reconstrucción de la historia geológica y paleogeográfica de las Grandes Antillas es más sencilla en el Cenozoico. La configuración general de las islas estaba determinada en gran parte para fines del Eoceno. Sin embargo, no fue hasta fines del Mioceno que las Grandes Antillas fueron elevadas y asumieron su forma actual.

Una de las discrepancias entre los autores reside en la distinta manera de interpretar las estructuras observadas, como se muestra en los perfiles de la Figura 15. Para Meyerhoff, hay cobijaduras, por consiguiente, estructura análoga a la alpina, mientras que para Khudoley predomina la tectónica vertical, como en los Andes.

Sobre las base de sus investigaciones, los autores llegan a la conclusión que las Grandes Antillas son un ejemplo de primer orden de un arco isléndico anteriormente activo. Hoy día continúa actuando la tectónica, pero no es del tipo de arco isléndico.

No se ha podido profundizar más en la investigación de la estructura geológica, debido en gran parte a la insuficiencia, cuando no carencia de datos. Como ejemplo, la isla Española es prácticamente desconocida desde el punto de vista geológico.

Los autores expresan su deseo que esta publicación sirva de guía a aquellos estudiosos que se decidan a emprender la resolución de los problemas geológicos de esta región. — JUAN CARLOS M. TURNER.

NORMAS PARA LOS AUTORES

1. Anales publica unicamente trabajos originales e inéditos ; solamente por excepción podrá incluir trabajos cuya noticia se haya dado por otra publicación.
2. La publicación en Anales es gratuita. Las separatas que soliciten los autores (o las entidades a que estén vinculados) son con cargo a los mismos. El requerimiento deberá hacerse por escrito y antes de iniciar la impresión.
3. Los autores son personalmente responsables de la tesis y del contenido de sus trabajos y deberán realizar las correcciones de las pruebas de imprenta de dichos trabajos.
4. La Sociedad Científica Argentina se reserva el derecho de rechazar cualquier trabajo que sea sometido para publicación en Anales, si así lo considerara conveniente.
5. Los trabajos deberán ser presentados escritos a máquina, a doble espacio, en papel tamaño oficio o carta, utilizando una sola de las caras del papel y redactados en castellano. Las fórmulas podrán ir manuscritas y deberán ser suficientemente claras para la labor de la imprenta. Los gráficos se dibujarán en tinta china, o por otro medio, de manera tal de permitir la fácil y buena preparación de los clisés ; esto último es aplicable a todo tipo de ilustración. La cantidad será la mínima compatible con las necesidades de la buena comprensión del trabajo. En total, los trabajos no deberán ocupar más de *seis páginas* de los Anales, incluídas ilustraciones y tablas.
6. Los trabajos, luego de su título, llevarán un resumen en castellano y otro en idioma extranjero, éste último de no más de 150 palabras. Dichos resúmenes deberán señalar el problema planteado, la indicación de los procedimientos y procesos y las conclusiones a que se arribe, y hacer referencia sobre la precisión de los resultados, todo ello de manera sintética.
7. Los escritos originales, destinados a la Dirección de Anales, serán remitidos a la Administración de la Sociedad, Avenida Santa Fe 1145, Capital Federal, a efectos de registrar fecha de entrega y posterior envío al Director.
8. La publicación de los trabajos, una vez aceptados, estará sujeta a las posibilidades de la Sociedad y a las exigencias de diagramación de Anales. La Sociedad se reserva el derecho de determinar la entrega de Anales en la cual aparecerán los trabajos.

Correo Argentino
Cent. (B)

FRANQUEO PAGADO
Concesión Nº 1186

TARIFA REDUCIDA
Concesión Nº 6247

The Librarian Smithsonian
Institution
Washington 25, D.C.
ESTADOS UNIDOS-U.S.A.